

مدلسازی اثر نیروی واندروالس بر روی ناپایداری توکشان وابسته به اندازه در نانوتحرک کننده‌های پیچشی با استفاده از مدل پیچش/خمش

دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

سروش ملیحی
یعقوب طادی بنی*
حسین گلستانیان

چکیده

در مقاله حاضر اثرات نانو مقیاس، نیروی بین مولکولی واندروالس و اثر کشیدگی بین صفحه ای بر روی پارامترهای ناپایداری توکشان خمشی- پیچشی یک نانواینه پیچشی با استفاده از تئوری مرتبه بالای گرادیان کرنش مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل با استفاده از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده ابتدا معادلات حاکم بر مسأله استخراج شده، سپس متغیرهای ناپایداری یعنی زاویه دوران، تغییرمکان و ولتاژ توکشان، بر حسب مشخصات هندسی و مادی نانواینه مورد بررسی قرار گرفته است و با نتایج تجربی مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که نیروی واندروالس تأثیر زیادی بر عملکرد نانو آینه دارد، به طوری که تأثیر نیروی واندروالس بر روی تغییرات متغیرهای توکشان یعنی زاویه دوران توکشان، ولتاژ توکشان و تغییرمکان نانواینه پیچشی به ضریب نسبت کوپلینگ خمشی- پیچشی وابسته است و در نظر نگرفتن این نیرو باعث ایجاد خطای قابل توجهی در شبیه سازی ناپایداری توکشان می شود. همچنین در نانواینه‌های با فاصله کوچک بین صفحه اصلی و الکترو، اثر کشیدگی نیز مانند نیروی واندروالس بر روی پارامترهای توکشان تأثیر بسیار زیادی دارد به طوری که پارامترهای توکشان سیستم را افزایش می دهد. از طرفی مدل ارائه شده نتایج تجربی را با دقت بسیار خوبی و بهتر از مدل‌های کلاسیک پیشین پیش بینی کند و فاصله بین تئوری‌های قبلی را با نتایج تجربی را کاهش دهد.

واژه‌های کلیدی: نانواینه پیچشی، نیروی الکترواستاتیک، نیروی واندروالس، ناپایداری توکشان، تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده.

Modeling the Influence of Van der Waals Force on the Size-dependent Pull-in Instability of Torsional Nano-actuator Using Torsion/bending Model

S. Malihi Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran
Y. Tadi Beni Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran
H. Golestanian Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

Abstract

In this study, the effect of nano scales, van der Waals intermolecular force and stretching effect on the torsion-bending coupled pull-in instability parameters of torsional nano-mirror by using higher order strain gradient theory have been considered. In this model, the modified strain gradient theory, governing equations of system are derived then instability variables such as pull-in angle, pull-in displacement and pull-in voltage versus geometric and material characteristics are investigated and obtained results compared with experimental results. Results show that van der Waals force have much effects on nano-mirror performance. Furthermore, it is found that influence of van der Waals force on the changes of pull-in variables of nano-mirror depends on bending-torsion stiffness ratio and neglecting van der Waals attraction may lead to considerable error during simulations of pull-in instability. Therefore stretching effect similar to van der Waals force could highly affects pull-in parameters for small-gap torsional mirrors that increased pull-in parameters of system. Interestingly, the present model is able to predict experimental results well and more accurately than previous classic models and reduce the gap between experimental results with previous theories.

Keywords: Torsional nano-mirror, Electrostatic Force, van der Waals Force, Pull-in instability, Modified Strain Gradient Theory.

تکنولوژی اطلاعات سیستم‌های میکروالکترومکانیکی امکانات فراوانی از قبیل افزایش قابل توجه اطلاعات ذخیره شده را به وجود آورده است. در دو دهه اخیر سیستم‌های NEMS/MEMS نشان دادند که می توانند نقش به سزایی را در سیستم‌های نوری ایفا نمایند. این مطلب باعث ایجاد نسل جدیدی از سیستم‌های MEMS به نام NEMS نوری^۱ یا سیستم‌های میکروالکترومکانیکی نوری گردید که نانواینه‌ها شامل این سیستمها می باشد. میکروآینه‌ها به دلیل کاربردها در سوئیچ‌های نوری^۲ و نمایشگرها توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده‌اند.

۱- مقدمه

نقش وسایل و سیستم‌های بسیار کوچک در توسعه تکنولوژی روزمره در نگاه اول به سادگی قابل رؤیت نیست ولی می توان در موقعیت‌های مختلف کاربردهای روزافزون آن را مشاهده کرد [۱]. اخیراً تکنولوژی نوظهور سیستم‌های نانو/میکرو الکترومکانیکی (NEMS/MEMS)، پیشرفت‌های عظیمی را در زمینه ساختن وسایل جدید با کاربردهای نوین شاهد بوده است. در حال حاضر سیستم‌های میکروالکترومکانیکی فعالانه در حال گسترش برای استفاده در طیف وسیعی از کاربردها هستند [۲]. برای مثال در کاربردهای پزشکی، این سیستم‌ها برای اهداف دیداری و شنیداری، برای تحریک اعصاب و ... استفاده می شود و در

1 Micro Opto Electro Mechanical Systems (MOEMS)
2 Optical Switches

نانوآینه‌ها دارای کاربردهای فراوان دیگری در تدافلسنجی^۱، طیف بینی^۲، بینی^۳، تصحیح خطا^۴ در سیستم های نوری و تصویربرداری بیودارویی^۴ هستند. نانوآینه‌ها در حقیقت از دو قسمت متحرک و ثابت تشکیل شده است. قسمت متحرک شامل یک صفحه اصلی برای بازتاباندن نور و دو تیر می باشد که از یک طرف به صفحه متصل می‌شوند. قسمت ثابت شامل دو پایه نگه دارنده که تیرها از سمت دیگر به آنها متصل می‌شوند و الکتروود که در زیر صفحه اصلی قرار گرفته است. وقتی که ولتاژ به سیستم اعمال می‌شود، قسمت متحرک به صورت همزمان هم می‌چرخد و هم خیز پیدا می‌کند که بعد از حذف ولتاژ این قسمت متحرک به کمک نیروی بازبندنده مکانیکی به حالت اولیه خود بازمی‌گردد. بنابراین در میکرو/نانو آینه‌ها، بین نیروی الکترواستاتیکی جذب کننده ناشی از ولتاژ و نیروی الاستیکی بازبندنده تیر تعادل برقرار است. زمانی که ولتاژ از یک مقدار بحرانی بیشتر می‌شود، صفحه اصلی نانوآینه به الکتروود زیرین می‌چسبد و نیروی الاستیکی بازبندنده دیگر قادر نیست با نیروی الکترواستاتیکی در حالت تعادل باشد. بنابراین حالت ناپایداری بنام توکشان اتفاق می‌افتد که ولتاژ مربوط به آن را ولتاژ توکشان گویند. پس با افزایش ولتاژ بیش از مقدار توکشان، سیستم یک تغییر مکان ناگهانی داده و فرو می‌ریزد. همچنین ناپایداری توکشان رفتاری شبیه به اسنپ-ترو^۵ دارد به عبارتی این ناپایداری از نوع گره-زینی دوشاخه شونده می باشد [۲-۴]. با توجه به مطالب بیان شده باید در طراحی نماهای پیچشی و نانوآینه‌ها متغیرهای ناپایداری توکشان یعنی زاویه توکشان، تغییر مکان توکشان و ولتاژ توکشان تعیین شوند. مطالعات بسیاری بر روی محرکهای پیچشی در مقیاس میکرو و نانو انجام شده است. محققان رفتار استاتیکی میکرو- نانوآینه‌های پیچشی الکترواستاتیکی را با در نظر گرفتن نیروهای بین مولکولی مورد بررسی قرار دادند. از نیروهای بین مولکولی می‌توان به نیروی کازمیر و نیروی واندروالس اشاره کرد. برهم کنش واندروالس^۶ بین دو جسم میکروسکوپی در بیش از نیم قرن به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است [۵-۶]. ولی این موضوع در سال‌های اخیر به خاطر پیشرفت‌های عظیمی که در زمینه میکروسکوپی نیروی اتمی^۷ و سیستم‌های NEMS/MEMS به وجود آمده است، نمود بیشتری پیدا کرده است. نیروی واندروالس می‌تواند نقش بسیار مؤثری در سازه‌های NEMS ایفا می‌کند. به دلیل اهمیت این نیرو در سازه‌های نانو، محققان [۷-۸] با استفاده از پتانسیل واندروالس مدلی ریاضی بنا نمودند. وقتی که فاصله صفحه و الکتروود به اندازه کافی کوچک باشد، به خاطر عملکرد پیچش نیروی کازمیر و واندروالس، حتی اگر هیچ گشتاور الکترواستاتیکی وجود نداشته باشد، توکشان هنوز می‌تواند با یک انحراف کوچک در زاویه اتفاق بیفتد [۹]. همچنین در تحقیقاتی دیگر ناپایداری توکشان کوپل شده پیچشی- خمشی نانوآینه‌های الکترواستاتیکی پیچشی با در نظر گرفتن نیروی واندروالس مولکولی [۱۰] و تأثیر نیروی کازمیر بر روی خمش و پیچش کوپل شده در ناپایداری توکشان یک نانو

محرک الکترواستاتیک [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با استفاده از معادلات غیرخطی حاکم بر مسأله برحسب ولتاژ اعمالی، زاویه دوران و تغییر مکان عمودی میکروآینه‌های پیچشی، رفتار الکترواستاتیکی میکروآینه‌های پیچشی با استفاده از مدل استاتیکی با در نظر گرفتن پیچش و خمش تیرها بررسی شده است [۱۲].

در تحقیقی دیگر مطالعات گسترده‌ای بر روی مدلسازی رفتار میکروآینه‌ها و بررسی ناپایداری کششی در آنها انجام شده است [۱۳]. همچنین تأثیر نیروی کازمیر روی پارامترهای ناپایداری محرک‌های پیچشی نما ساخته شده از سیلیکون مورد بررسی قرار گرفته است [۱۴]. معین فرد و احمدیان [۱۵] تأثیر نیروی واندروالس را بر روی رفتار توکشان نانو میکروآینه‌های تحریک شده الکترواستاتیکی مورد بررسی قرار دادند.

درحالی که در نانوآینه‌ها به دلیل وجود نیروهای تحریک و میرایی، تیرهای پیچشی علاوه بر پیچش تحت خمش نیز می‌باشند، در بسیاری از مطالعات انجام شده از مدل یک درجه آزادی پیچش تیر برای بررسی رفتار نانوآینه‌های پیچشی استفاده شده است. نمیروسکی و دگانی [۱۶] یک مدل عمومی برای پدیده توکشان در محرکهای الکترواستاتیکی با یک درجه آزادی ارائه دادند. گائو و همکارانش [۱۷] نیز مدلی یک درجه آزادی برای بررسی رفتار نانو/میکروآینه‌ها تحت بار موپینگی ارائه دادند.

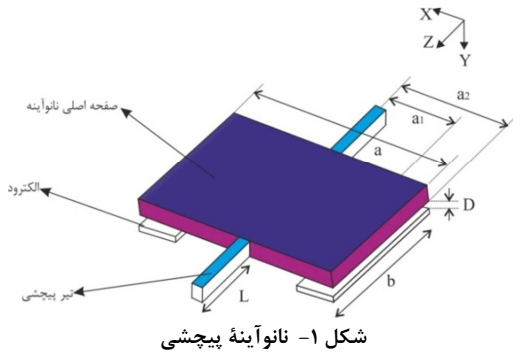
مدل‌های دو درجه آزادی که خمش تیرهای نگهدارنده آینه را نیز علاوه بر پیچش آنها در مدلسازی رفتار استاتیکی آینه در نظر می‌گیرد نیز مورد توجه محققان بوده است. برخی از این محققین به مطالعه رفتار میکروآینه‌ها با استفاده از یک مدل دو درجه آزادی کوپل شده خمشی- پیچشی پرداختند [۱۸-۱۹]. هوانگ و همکارانش [۲۰] مقایسه ای بین داده‌های تجربی و یک مدل تئوری با استفاده از تأثیر خمش و پیچش کوپل شده ارائه کردند و در آن خصوصیات استاتیکی میکروآینه‌های پیچشی الکترواستاتیکی به خصوص تأثیر توکشان مورد بررسی قرار دادند. در تحقیقی دیگر یک مدل تئوری از خصوصیات دینامیکی نانو آینه‌ها با در نظر گرفتن پیچش و خمش همزمان ارائه شده است که در آن محققان پاسخ پله و پاسخ هارمونیک پایدار نانو آینه‌ها را با روش رانگ-کوتا^۸ آنالیز کردند [۲۱]. محققین دیگری تأثیر نیروی واندروالس را روی پایداری استاتیکی و دینامیکی آینه‌های NEMS بررسی کردند [۲۲]. آنها معادله حرکت بی‌بعد میکروآینه را ارائه کرده و به بررسی تحلیل کیفی رفتار دینامیکی آن پرداختند. لیم و لی [۲۳] مدل جدیدی از تنش غیرموضعی الاستیک برای تحلیل رفتار دینامیکی پیچشی نانومیله‌های با سطح مقطع دایروی ارائه کردند. در تحقیقی دیگر یک واراكتور^۹ MEMS با استفاده از تیرهای پیچشی پیشنهاد و نتایج تحلیلی برای گشتاور الکترواستاتیک استخراج شده است [۲۴]. سپس این سیستم با سیستم‌های موجود برای محدوده دینامیکی و ولتاژ تحریک مقایسه شده است. شبانی و همکارانش [۲۵] نیز مدلی تئوری برای مشخه‌های دینامیکی میکروآینه‌های پیچشی با در نظر گرفتن اثر کوپل خمش و پیچش ارائه دادند. خاتمی و رضازاده [۲۶] با استفاده از یک مدل دو درجه آزادی، پاسخ دینامیکی یک میکروآینه به شوک مکانیکی را مورد بحث قرار دادند.

- 3 Interferometry
- 4 Spectroscopy
- 5 Aberration correction
- 6 Biomedical imaging
- 7 Snap-through
- 8 Van der Waals (vdW)
- 9 Atomic Force Microscopy (AFM)

1 Runge-Kutta method
2 Varactor

۲- مبانی و معادلات مقدماتی

شکل ۱ یک نانواینه پیچشی الکترواستاتیک را نشان می‌دهد.



شکل ۱- نانواینه پیچشی

نانواینه از یک صفحه اصلی و دو تیر الاستیک پیچشی که در بالای دو الکتروود ثابت است، ساخته شده است. شرایط مرزی تیرها به صورت دو انتها گیردار می‌باشد. اعمال ولتاژ بین صفحه اصلی و یکی از الکتروودها سبب می‌شود، طبق قانون کولومب، نیروی جاذبه بین آنها ایجاد شده و صفحه به سمت الکتروود بچرخد. همچنین اینه با اعمال ولتاژ بین صفحه و الکتروود دیگر، می‌تواند در جهت بالعکس بچرخد. برای استخراج کردن معادلات حاکم بر مسأله، تغییرمکانهای عمودی و زاویه‌ای نانو تیر پیچشی بسیار کوچک فرض می‌شود تا ناپایداری توکشان اتفاق بیفتد. فرض در نظر گرفته شده در بررسی سیستمهای ممز باعث ایجاد خطای کمتر از ۱ درصد در نتایج می‌شود که قابل قبول است. در این مقاله خصوصیات رفتار مواد به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین نیروی و اندروالس، تأثیرات نیروهای کوانتومی و میدان الکتریکی به صورت یکنواخت فرض می‌شود. جدول ۱ متغیرهای موردنیاز برای مدلسازی سیستم را نشان می‌دهد.

در این مقاله خصوصیات رفتار مواد به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین نیروی و اندروالس، تأثیرات نیروهای کوانتومی و میدان الکتریکی به صورت یکنواخت فرض می‌شود. در ادامه تئوری گرادیان کرنش و روابط نیرویی و ممان اعمالی بر نانوتیر پیچشی در اثر نیروهای الکترواستاتیک و واندروالس آورده شده است.

تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده در واقع مدل گسترده تر تئوری تنش کوپل اصلاح شده است که توسط لام و همکارانش [۳۲] پیشنهاد شد. در روابط تئوری تنش کوپل اصلاح شده، یک پارامتر طولی مادی و دو پارامتر برای مواد الاستیک خطی ایزوتروپیک وجود دارد در حالی که تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده علاوه بر این پارامترها، دو پارامتر طولی مادی نیز وجود دارد. بنابراین بر اساس تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده، انرژی کرنش علاوه بر گرادیان جابجایی به گردیان چرخش نیز وابسته است و طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij}^s \chi_{ij}^s + p_i \gamma_i + \tau_{ijk}^{(1)} \eta_{ijk}^{(1)}) dV \quad (1)$$

که در آن ε_{ij} تانسور کرنش، χ_{ij}^s تانسور گرادیان چرخش متقارن، γ_i تانسور گرادیان انبساطی، $\eta_{ijk}^{(1)}$ تانسور گرادیان کشش انحرافی، σ_{ij} ، تانسور تنش کلاسیک، p_i ، $\tau_{ijk}^{(1)}$ و m_{ij}^s تنشهای مرتبه بالا هستند.

تئوری‌های مرتبه بالای محیط پیوسته با در نظر گرفتن اثر اندازه جواب مناسبتری نسبت به تئوری کلاسیک ارائه خواهند داد. بنابراین از تئوریهای مرتبه بالای محیط پیوسته به جای تئوری کلاسیک در بررسی رفتار سیستمهای در مقیاس میکرو و نانو استفاده شده است. طادی، کوچی و آبادیان [۲۷] ناپایداری توکشان نانواینه‌های پیچشی را با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. تسیاتس و کانسیکادلیس [۲۸] یک مدل جدید از تئوری کوپل تنش اصلاح شده برای مسأله پیچش سنت ونانت میله‌های میکرو با سطح مقطع دلخواه ارائه کردند. قشلاقی، هاشمی‌نژاد و عباسیون [۲۹] با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده ارتعاش پیچشی نانوتیوب‌ها را بررسی کردند و بر اساس قانون همیلتون، معادلات حاکم ارتعاش پیچشی بدست آوردند. لی و همکارانش [۳۰] رفتار دینامیکی و استاتیکی پیچشی نانو اجسام دایروی از قبیل نانومیله‌ها، نانو شفت‌ها و نانوتیوب‌ها را بر اساس تئوری الاستیک غیرموضعی بررسی کردند. طادی [۳۱] از تئوری مکانیک پیوسته برای بررسی وابستگی اندازه ناپایداری توکشان محرکهای پیچشی نانو الکترواستاتیکی کوپل شده پیچش و خمش استفاده کرده است.

تئوری گرادیان کرنش یک تئوری غیرکلاسیک قوی با در نظر گرفتن تأثیرات اندازه می‌باشد. لام و همکاران [۳۲] با ایجاد تغییراتی در تئوری گرادیان کرنش، تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده را معرفی کردند که در آن انرژی کرنش علاوه بر گرادیان‌های جابجایی به گرادیان چرخش نیز وابسته است. همچنین در این تئوری ثوابت الاستیک مادی حاضر در انرژی کرنش به 3 ثابت l_0 ، l_1 و l_2 کاهش یافت. طادی و آبادیان [۳۳] وابستگی به اندازه ناپایداری توکشان را برای نانواینه‌های پیچشی با استفاده از تئوری غیرکلاسیک گرادیان کرنش مورد بررسی قرار دادند. تانگ و همکارانش [۳۴] تأثیرات اندازه را بر روی پیچش تیرهای با مقاطع مختلف بررسی کردند. زمانی که اندازه تیر در مقیاس نانو و میکرو می‌باشد، صلبیت پیچشی آن از حالت مرسوم و ماکرو بیشتر می‌شود.

با توجه به مطالب اشاره شده در بالا، می‌توان گفت که مدل جدید در مقاله حاضر دارای چهار خصوصیت همزمان برای بررسی رفتار نانواینه‌های پیچشی می‌باشد که در تحقیقات قبلی وجود نداشته است. اول اینکه در این مدل جدید برای لحاظ نمودن اثرات اندازه در مقیاس نانو از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده استفاده شده است. دوم اینکه در این مقاله برای شبیه سازی درست نتایج، از مدل کوپل خمش و پیچش (دو درجه آزادی) استفاده شده است. سوم اینکه برای لحاظ نمودن نیروهای بین ملکولی در مقیاس نانو، اثرات نیروی واندروالس در مدلسازی لحاظ شده است و چهارم اینکه به علت دوسر گیردار بودن نانوتیر پیچشی اثرات کشیدگی میان صفحه ای در تیر نیز مدل شده است. با توجه به این چهار خصوصیت اشاره شده در مدل جدید، پارامترهای توکشان تحت این خصوصیات مورد بررسی قرار گرفته است. نکته مهم در این خصوص این است که مدل حاضر قادر است نتایج تجربی را با دقت بسیار خوبی نسبت به مدل‌های کلاسیک پیشین پیش بینی کند و فاصله بین تئوری‌های قبلی را با نتایج تجربی را کاهش دهد.

جدول ۱- متغیرهای مدل‌سازی مورد نیاز نانوآینه

E	مدول یانگ تیر پیچشی (GPa)
ν	نسبت پواسون تیر پیچشی
μ	مدول برشی تیر پیچشی (GPa)
D	طول شکاف بین صفحه اصلی و الکتروود (nm)
a	عرض صفحه اصلی (nm)
a_1	فاصله داخلی بین دو الکتروود (nm)
a_2	فاصله خارجی بین دو الکتروود (nm)
L	نصف طول تیر پیچشی (nm)
b	طول صفحه اصلی (nm)
V	ولتاژ اعمالی بین الکتروود و صفحه اصلی (V)
θ	زاویه پیچش صفحه اصلی
δ	تغییر مکان عمودی صفحه اصلی (μm)
I	ممان اینرسی سطح مقطع تیر پیچشی (m^4)
J	ممان قطبی سطح مقطع تیر پیچشی (m^4)
K	نسبت کوپلینگ خمشی به پیچشی تیر
$\eta = \frac{D}{L}$	نسبت بی بعد شده فاصله بین صفحه اصلی و الکتروود به طول تیر پیچشی
$\gamma = \frac{a}{L}$	نسبت بی بعد شده طول صفحه اصلی به طول تیر پیچشی
$\epsilon = 8.854 \times 10^{-12}$	ثابت دی الکتریک خلا ($C^2 N^{-1} m^{-2}$)
$\bar{A} = (0.4-4) \times 10^{-19} J$	ثابت هاماکر
c	سرعت نور (m/s)
\bar{V}	ولتاژ اعمالی بی بعد شده
\bar{V}_{PI}	ولتاژ توکشان بی بعد شده
θ_{PI}	زاویه توکشان بی بعد شده
Δ_{PI}	تغییر مکان توکشان بی بعد شده

نیروی الکترواستاتیکی وارد بر یک المان دیفرانسیلی از صفحه نانوآینه از رابطه زیر بدست می‌آید [۹]:

$$dF_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2(D - \delta - r \sin \theta)^2} dr \quad (۴)$$

بنابراین نیروی الکترواستاتیکی کل حول محور پیچشی عبارت است از:

$$F_{elec} = \int_{a_1}^{a_2} dF_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2 \sin \theta} \left(\frac{1}{D - \delta - a_2 \sin \theta} - \frac{1}{D - \delta - a_1 \sin \theta} \right) \quad (۵)$$

که در آن V ولتاژ اعمالی بین صفحه آینه و الکتروود، θ_{max} زاویه بیشینه پیچش صفحه اصلی و پارامترهای بی‌بعد α ، β و Δ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = \frac{\theta}{\theta_{max}}, \alpha = \frac{a_1}{a}, \beta = \frac{a_2}{a}, \theta_{max} = \frac{2D}{a}, \Delta = \frac{\delta}{D} \quad (۶)$$

بنابراین داریم:

$$F_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2 \theta_{max} \theta D} \left(\frac{1}{1 - \Delta - \beta \theta} - \frac{1}{1 - \Delta - \alpha \theta} \right) \quad (۷)$$

به طور مشابه، گشتاور الکترواستاتیکی نیز برای یک المان دیفرانسیلی از صفحه نانوآینه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$dM_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2(D - \delta - r \sin \theta)^2} r dr \quad (۸)$$

بنابراین گشتاور الکترواستاتیکی کل حول محور پیچشی عبارت است از:

$$M_{elec} = \int_{a_1}^{a_2} dM_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2 \sin^2 \theta} \left(\frac{D - \delta}{D - \delta - a_2 \sin \theta} - \frac{D - \delta}{D - \delta - a_1 \sin \theta} + \ln \left(\frac{D - \delta - a_2 \sin \theta}{D - \delta - a_1 \sin \theta} \right) \right) \quad (۹)$$

با در نظر گرفتن زاویه پیچش کوچک، رابطه (۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$M_{elec} = \frac{\epsilon V^2 b}{2 \theta_{max}^2 \theta^2} \left(\frac{1 - \Delta}{1 - \Delta - \beta \theta} - \frac{1 - \Delta}{1 - \Delta - \alpha \theta} + \ln \left(\frac{1 - \Delta - \beta \theta}{1 - \Delta - \alpha \theta} \right) \right) \quad (۱۰)$$

نیرو و گشتاور واندروالس وارد بر یک المان دیفرانسیلی از رابطه زیر محاسبه می‌شود که با انتگرالگیری از آن مقادیر نیرو و گشتاور واندروالس کل وارد بر سیستم بدست می‌آید [۹]:

$$dF_{vdw} = dF_{vdw}^L + dF_{vdw}^R = \frac{\bar{A}b}{6 \pi (D - \delta - r \sin \theta)^3} dr + \frac{\bar{A}b}{6 \pi (D - \delta + r \sin \theta)^3} dr$$

$$= \frac{\bar{A}b}{12 \pi \sin \theta} \left[\frac{1}{(D - \delta - \frac{a}{2} \sin \theta)^2} - \frac{1}{(D - \delta + \frac{a}{2} \sin \theta)^2} \right] dr$$

$$dM_{vdw} = dM_{vdw}^L - dM_{vdw}^R = \frac{\bar{A}b}{6 \pi (D - \delta - r \sin \theta)^3} r dr + \frac{\bar{A}b}{6 \pi (D - \delta + r \sin \theta)^3} r dr$$

$$= \frac{\bar{A}b}{6 \pi (\sin \theta)^2} \left[\frac{D - \delta}{2(D - \delta - \frac{a}{2} \sin \theta)^2} - \frac{D - \delta}{2(D - \delta + \frac{a}{2} \sin \theta)^2} + \frac{1}{D - \delta + \frac{a}{2} \sin \theta} - \frac{1}{D - \delta - \frac{a}{2} \sin \theta} \right] dr$$

که در آن \bar{A} ثابت هاماکر می‌باشد. بنابراین برای زاویه پیچش کوچک، خواهیم داشت:

مقادیر تانسورها بر حسب جابجایی از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

$$\chi_{ij}^s = \frac{1}{2} e_{jkl} u_{q,ki}$$

$$\gamma_i = \epsilon_{mm,i}$$

$$\eta_{ijk}^{(1)} = \frac{1}{3} (\epsilon_{jki} + \epsilon_{kij} + \epsilon_{ikj}) - \frac{1}{15} \delta_{ij} (\epsilon_{mm,k} + 2\epsilon_{mk,i}) - \frac{1}{15} \delta_{jk} (\epsilon_{mm,i} + 2\epsilon_{mi,m}) - \frac{1}{15} \delta_{ki} (\epsilon_{mm,j} + 2\epsilon_{mj,m}) \quad (۲)$$

همچنین روابط تنش کلاسیک و تنشهای مرتبه بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{ij} = 2\mu \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \epsilon_{mm} \delta_{ij} \right)$$

$$p_i = 2\mu l_0^2 \gamma_i$$

$$\tau_{ijk}^{(1)} = 2\mu l_1^2 \eta_{ijk}^{(1)}$$

$$m_{ij}^s = 2\mu l_2^2 \chi_{ij}^s \quad (۳)$$

که در آن $\mu = E/(2(1+\nu))$ مدول برشی، E مدول یانگ و ν نسبت پواسون است و پارامترهای طول مادی l_0 ، l_1 و l_2 به ترتیب مربوط به گرادیان اتساع، گرادیان کششی انحرافی و گرادیانهای چرخشی هستند.

$$\Xi_1(\theta, \Delta, \bar{V}) = \left\{ \theta^3 - \pi_1 \left[\frac{\Delta+2\theta-1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{\Delta-2\theta-1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right] \right. \\ \left. - \frac{1-\Delta}{1-\Delta-\beta\theta} - \frac{1-\Delta}{1-\Delta-\alpha\theta} + \ln \left(\frac{1-\Delta-\beta\theta}{1-\Delta-\alpha\theta} \right) \right\}^{1/2} \quad (16)$$

$$\Xi_2(\theta, \Delta, \bar{V}) \\ = \Xi_1(\theta, \Delta, \bar{V}) \\ - K \left\{ \frac{\Delta\theta + \pi_2\Delta^3 - \pi_3 \left[\frac{1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right]}{\left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\theta} - \frac{1}{1-\Delta-\alpha\theta} \right)} \right\}^{1/2} = 0 \quad (17)$$

که در آن:

$$\bar{V} = V / (40^3 \mu_{\text{eff}}) / (\epsilon BL)^{1/2}$$

$$K = (\pi^4 D^2 (EI)_{\text{eff}} / 8\theta_{\text{max}}^2 L^2 (\mu)_{\text{eff}})^{1/2}$$

$$\pi_1 = \frac{\bar{A}bL}{24\pi\theta_{\text{max}}^3 D (\mu)_{\text{eff}}}, \quad \pi_2 = \frac{AE D^2}{16(EI)_{\text{eff}}}$$

$$\pi_3 = \frac{\bar{A}bL^3}{288\pi\theta_{\text{max}}^3 D^3 (EI)_{\text{eff}}}$$

پارامتر K نسبت کوپلینگ نام دارد و در حقیقت نسبت صلبیت خمشی به پیچشی می‌باشد. برای تعیین تغییرمکان و زاویه پیچش نانویانه در هر ولتاژ اعمالی، معادلات (۱۶) و (۱۷) حل می‌شوند. بر طبق تئوری توابع ضمنی [۳۱]، نقطهٔ توکشان باید شرایط زیر را ارضا کند:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Xi_1}{\partial \theta}(\theta_{PI}, \Delta_{PI}, \bar{V}_{PI}) & \quad \frac{\partial \Xi_1}{\partial \Delta}(\theta_{PI}, \Delta_{PI}, \bar{V}_{PI}) \\ \frac{\partial \Xi_2}{\partial \theta}(\theta_{PI}, \Delta_{PI}, \bar{V}_{PI}) & \quad \frac{\partial \Xi_2}{\partial \Delta}(\theta_{PI}, \Delta_{PI}, \bar{V}_{PI}) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (18)$$

با حل معادلات (۱۶-۱۸)، پارامترهای توکشان آینه یعنی θ_{PI} ، Δ_{PI} و \bar{V}_{PI} به عنوان تابعی از مشخصات هندسی الکتروود (α و β)، نسبت کوپلینگ (K) و پارامترهای اثر اندازه و اثر کشش میان صفحه ای بدست می‌آیند.

۴- نتایج و بحث

برای سیستم مورد مطالعه، ماده‌ای با مدول برشی $\mu = 66 \text{ GPa}$ و ضریب پواسون $\nu = 0.29$ با مشخصات طولی $l_1 = l_2 = l$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین مشخصات طولی نانومحرک به صورت $D = 0.75 \mu\text{m}$ ، $a = b = 100 \mu\text{m}$ ، $L = 0.65 \mu\text{m}$ و اندروالس بر روی پارامترهای توکشان نانویانه پیچشی در دو قسمت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در قسمت اول نانویانه بدون اثر اندازه در نظر گرفته شده و متغیرهای توکشان در ناپایداری آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس در قسمت دوم نیروی واندروالس در عملکرد سیستم پیچشی وارد شده و ناپایداری توکشان با وجود این نیرو بررسی می‌شود. در ادامه اثر کشیدگی در عملکرد توکشان بررسی می‌شود و همچنین مقدار اثر اندازه بر روی صلبیت پیچشی و سختی خمشی مورد تجزیه تحلیل قرار می‌گیرد.

۴-۱- نانویانه پیچشی بدون اثر اندازه

در بررسی رفتار سیستمهای پیچشی بسیاری از کارهای پیشین از نیروی واندروالس و اثر اندازه صرف نظر شده است. در شکلهای ۲-۴ تغییرات پارامترهای توکشان به صورت تابعی از مشخصات هندسی نانویانه نشان

$$F_{vdw} = \int_0^{a/2} dF_{vdw} = \frac{\bar{A}b}{12\pi\theta_{\text{max}}\theta D^2} \left[\frac{1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right] \\ M_{vdw} = \int_0^{a/2} dM_{vdw} = \frac{\bar{A}b}{12\pi\theta_{\text{max}}^2 D \theta^2} \left[\frac{\Delta+2\theta-1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{\Delta-2\theta-1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right] \quad (12)$$

۳- معادلات تعادل حاکم بر نانوتیر پیچشی

۳-۱- معادلهٔ حاکم بر تعادل پیچشی نانوتیر:

معادلهٔ حاکم بر تعادل پیچشی نانوتیر با استفاده از تعادل لنگر گشتاور آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$M_{\text{elas}} - \frac{1}{2}(M_{\text{elec}} + M_{\text{vdw}}) = 0 \quad (13)$$

که در معادلهٔ فوق M_{elas} ، لنگر گشتاوری بازگردانندهٔ مکانیکی تیر می‌باشد. برای محاسبهٔ M_{elas} سطح مقطع تیر از تئوری گرادبان کرنش اصلاح شده و قانون سنت وننت استفاده می‌شود. طریقه محاسبه M_{elas} با استفاده از تئوری گرادبان کرنش در مرجع [۳۵] آورده شده است. با قراردادن معادلات (۱۰)، (۱۲) و (۷) در معادلهٔ (۱۳) معادله تعادل در پیچش بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\epsilon V^2 b}{2\theta_{\text{max}}^2 \theta^2} \left(\frac{1-\Delta}{1-\Delta-\beta\theta} - \frac{1-\Delta}{1-\Delta-\alpha\theta} + \ln \left(\frac{1-\Delta-\beta\theta}{1-\Delta-\alpha\theta} \right) \right) \\ - \frac{\bar{A}b}{12\pi\theta_{\text{max}}^2 D \theta^2} \left[\frac{\Delta+2\theta-1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{\Delta-2\theta-1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right] \\ - \frac{2\theta\theta_{\text{max}}(\mu)_{\text{eff}}}{L} = 0 \quad (14)$$

که در آن:

$$(\mu)_{\text{eff}} = \mu(J + J_C)$$

۳-۲- معادلهٔ تعادل خمشی نانوتیر:

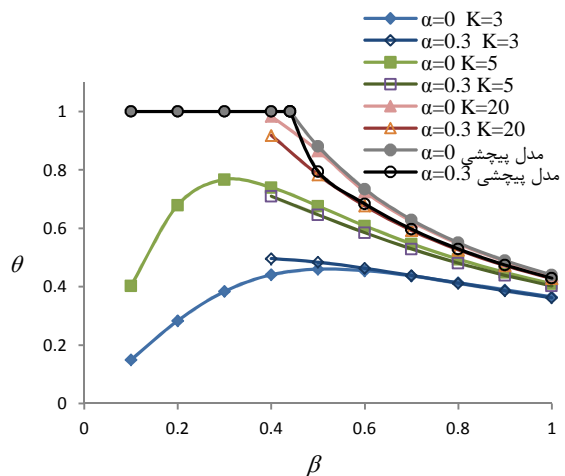
برای بدست آوردن معادله حاکم بر تیر، باید معادله خیز تیر را یافت که این معادله در مرجع [۳۵] ارائه شده است. طبق معادلات استخراج شده در مرجع [۳۵] معادلهٔ حاکم بر تعادل خمشی نانوتیر، با فرض اثر کششی میان صفحه ای بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\pi^4 D (EI)_{\text{eff}}}{8L^3} \Delta + \frac{AE\pi^4 D^3}{128L^3} \Delta^3 \\ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\epsilon V^2 b}{2\theta_{\text{max}}\theta D} \left(\frac{1}{1-\Delta-\beta\theta} - \frac{1}{1-\Delta-\alpha\theta} \right) \right\} \\ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\bar{A}b}{12\pi\theta_{\text{max}}\theta D^2} \left[\frac{1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right] \right\} = 0 \quad (15)$$

دو معادله (۱۴) و (۱۵) نشان‌دهنده معادلات تعادل حاکم بر نانوتیر پیچشی در مدل کوپل خمشی-پیچشی بر اساس تئوری گرادبان کرنش می‌باشد. با حل این معادلات می‌توان با توجه به ولتاژ اعمالی میزان خیز و پیچش نانوتیر را یافت اما باید اشاره شود که نکته مهم در این مدل یافتن مقادیر پارامترها در نقطه پولین می‌باشد. برای رسیدن به این هدف و برای حل معادلات تعادل سیستم و بدست آوردن پارامترهای ناپایداری توکشان نانویانه، معادلات (۱۴) و (۱۵) به صورت زیر نوشته می‌شوند:

داده شده است. شکل‌های ۲-۴ اثبات می‌کنند که متغیرهای توکشان به شدت تحت تأثیر نسبت کوپلینگ (K) قرار دارند. بدین صورت که مقادیر بزرگ این نسبت منجر به حالت توکشان پیچشی خالص می‌شود و اگر مقدار این نسبت کوچک باشد حالت ناپایداری خمشی خالص ایجاد می‌شود. از نظر فیزیکی، با افزایش فاصله اولیه بین صفحه اصلی و الکتروند زیرین یا افزایش صلبیت خمشی نانوتیر پیچشی سیستم، حالت توکشان پیچشی ایجاد شده ولی اگر طول نانوتیر پیچشی یا صلبیت پیچشی آن افزایش یابد، منجر به حالت توکشان خمشی از ناپایداری می‌شود.

شکل ۲ تغییرات زاویه توکشان را بر حسب مشخصات هندسی الکتروند β برای مقادیر مختلف نسبت کوپلینگ نشان می‌دهد.

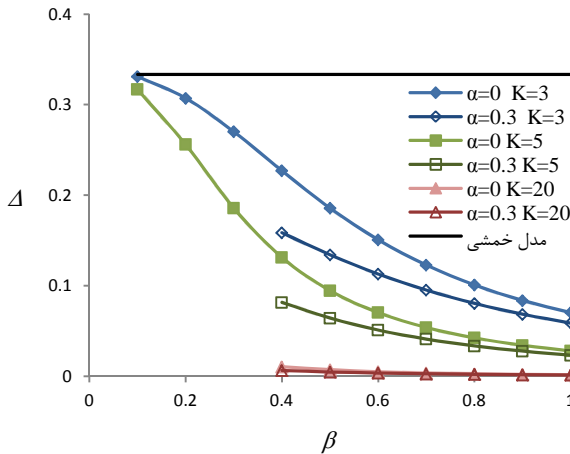


شکل ۲- منحنی تغییرات زاویه توکشان بر حسب طول الکتروند برای مقادیر مختلف K

منحنی‌ها نشان می‌دهند که هرچه مقدار نسبت کوپلینگ بیشتر شود، رفتار توکشان به مدل ناپایداری پیچشی خالص نزدیکتر می‌شود. بنابراین برای نانوآینه‌های با نسبت کوپلینگ بالاتر از ۲۰ ($K \geq 20$), رفتار توکشان بسیار به مدل پیچش خالص که در آن نسبت کوپلینگ بینهایت است ($K = \infty$) نزدیک می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۲ ملاحظه می‌شود که برای حالت پیچش خالص، مقدار $\beta = 0.4404$ یک مقدار مرزی است که برای مقادیر $\beta \leq 0.4404$ هیچ توکشانی اتفاق نمی‌افتد. به بیان دیگر در این حالت زاویه توکشان از بیشترین زاویه دوران مجاز بزرگتر می‌باشد و ناپایداری توکشان در مقادیر بیشتر از 0.4404 ایجاد می‌شود. بنابراین در مدل پیچش خالص، ناپایداری توکشان با رابطه $\beta \theta_{PI} = 0.4404$ توصیف می‌شود. همچنین شکل ۲ نشان می‌دهد که اگر مقدار سختی خمش و پیچش نزدیک به یکدیگر باشد ($K=5$) و $K=3$), اثر کوپلینگ ابتدا باعث ایجاد یک روند افزایشی و سپس کاهش در منحنی $\theta_{PI} - \beta$ خواهد شد. یعنی با افزایش طول الکتروند، زاویه توکشان نانوآینه ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد که علت آن حاکم بودن حالت خمش بر پیچش است.

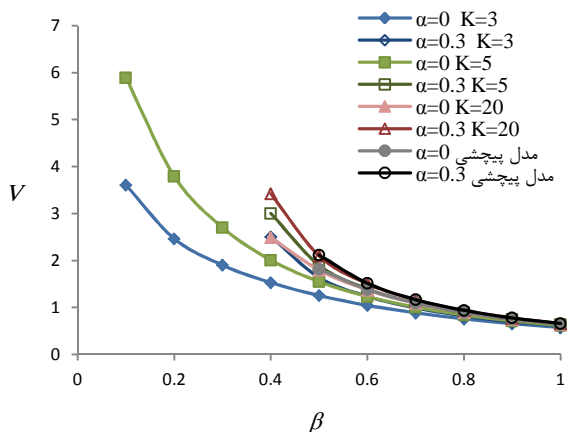
شکل ۳ نیز تغییرات تغییرمکان توکشان را بر حسب طول الکتروند β برای مقادیر مختلف نسبت کوپلینگ K بیان می‌کند. با توجه به شکل ۳ می‌توان دریافت که هرچه نسبت کوپلینگ کوچکتر شود، رفتار توکشان نانوآینه به مدل خمش خالص، نزدیکتر می‌شود. در مدل خمش خالص،

مقدار تغییرمکان ثابت می‌ماند و با افزایش طول الکتروند تغییر نمی‌کند. بنابراین در این حالت ناپایداری توکشان توسط رابطه $0.733 \Delta_{PI} =$ بیان می‌شود. همانطور که در شکل ۳ دیده می‌شود، با افزایش مقدار نسبت کوپلینگ، تغییرمکان توکشان نانوآینه نیز کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش طول الکتروند، تغییرمکان توکشان نانوآینه کاهش می‌یابد. بنابراین اثر کوپلینگ باعث ایجاد یک روند کاهش در منحنی $\Delta_{PI} - \beta$ خواهد شد.



شکل ۳- منحنی تغییرات تغییرمکان توکشان بر حسب طول الکتروند برای مقادیر مختلف K

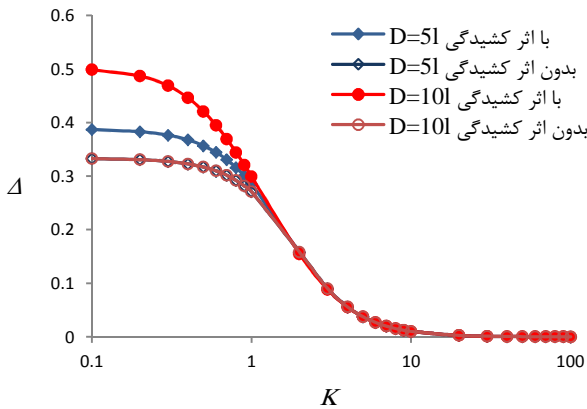
در شکل ۴ تغییرات ولتاژ توکشان بر حسب طول الکتروند β برای مقادیر مختلف K ترسیم شده است. همانطور که دیده می‌شود هرچه مقدار β کوچکتر باشد، تأثیر ضریب K در ولتاژ توکشان نانوآینه نسبت به مقادیر بزرگتر β , بیشتر است. همچنین با توجه به منحنی‌های بدست آمده، افزایش مقدار نسبت کوپلینگ، ولتاژ توکشان نانوآینه نیز افزایش می‌دهد. به این ترتیب، ولتاژ توکشان در مدل پیچش خالص از حالت کوپل شده خمش و پیچش، بیشتر است. در شکل ۴ دیده می‌شود که با افزایش طول الکتروند، ولتاژ توکشان نانوآینه کاهش می‌یابد. بنابراین اثر کوپلینگ باعث ایجاد یک روند کاهش در منحنی $V_{PI} - \beta$ خواهد شد که با توجه به منحنی‌ها هرچه نسبت کوپلینگ بیشتر شود، شیب و تغییرات روند کاهش منحنی‌ها بیشتر می‌شود.



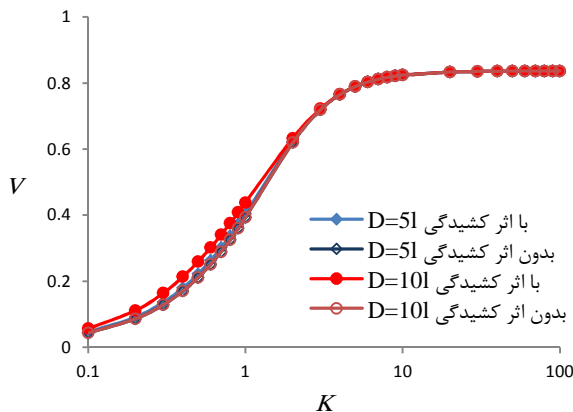
شکل ۴- منحنی تغییرات ولتاژ توکشان بر حسب طول الکتروند برای مقادیر مختلف K

توکشان را افزایش می‌دهد. همانند زاویه توکشان، در حالت پیچشی این اثر تأثیری بر روی تغییر مکان سیستم نخواهد داشت. پس اثر کشیدگی بر تغییر مکان نانوائینه در حالت ناپایداری خمشی در مقایسه با حالت توکشان پیچشی بسیار مشهودتر است. همچنین با افزایش نسبت کوپلینگ، تغییر مکان توکشان سیستم کاهش می‌یابد.

شکل ۷ تغییرات ولتاژ توکشان را به صورت تابعی از نسبت کوپلینگ K برای نسبت‌های مختلف فاصله بین صفحه اصلی و الکتروود به پارامتر طول مادی (D/l) برای دو حالت با اثر کشیدگی و بدون اثر کشیدگی نشان می‌دهد. همانطور که شکل ۷ نشان می‌دهد اثر کشیدگی باعث افزایش ولتاژ توکشان سیستم می‌شود. همچنین در حالتی که اثر کشیدگی در نظر گرفته شود کاهش نیروی واندروالس نیز ولتاژ توکشان را افزایش می‌دهد. با توجه به منحنی‌ها اثر کشیدگی بر ولتاژ توکشان در حالت ناپایداری خمشی در مقایسه با حالت ناپایداری پیچشی کاملاً مشخص و متمایز است در حالی که در حالت پیچشی، اثر کشیدگی، تغییر محسوسی در ولتاژ توکشان ایجاد نمی‌کند.



شکل ۴- منحنی تغییرات تغییر مکان نانوائینه پیچشی بر حسب نسبت K برای D/l مختلف و تأثیر اثر کشیدگی



شکل ۵- منحنی تغییرات ولتاژ توکشان بر حسب نسبت کوپلینگ برای D/l مختلف و تأثیر اثر کشیدگی

۳-۴- نانوائینه پیچشی با در نظر گرفتن نیروی واندروالس و اثر کشیدگی در ناپایداری کوپل شده خمشی - پیچشی

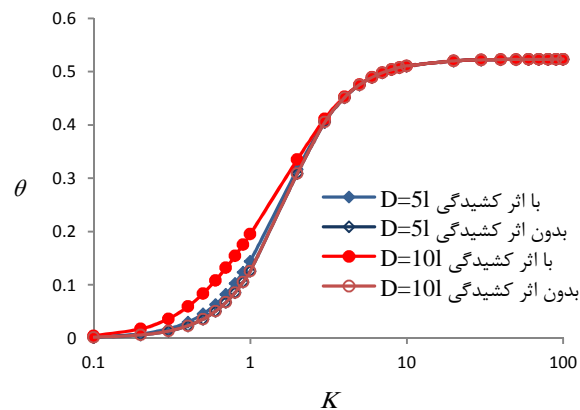
در این بخش تأثیر نیروی واندروالس و اثر کشیدگی بر روی ناپایداری کوپل شده یک نانوائینه مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به مطالب موجود در مراجع، دو ناحیه برای اثر متقابل بین نانو آینه و الکتروود

بنابر موارد بیان شده، زمانی که سختی خمشی موثر نانوتیرهای سیستم در مقایسه با سختی پیچشی موثر قابل چشمپوشی نباشد، مدل پیچش خالص برای بررسی ناپایداری توکشان نانوائینه پیچشی مناسب نیست و بایستی حتماً از مدل کوپل شده خمشی و پیچش استفاده کرد.

۴-۲- اثر کشیدگی میان صفحه ای بر روی رفتار ناپایداری توکشان نانوائینه پیچشی تحت نیروی واندروالس

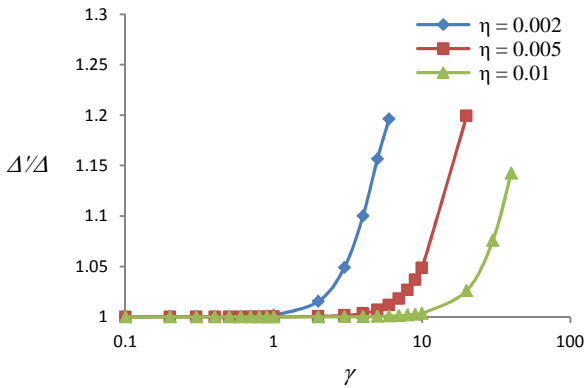
در این بخش اثر کشیدگی بر روی پارامترهای ناپایداری توکشان سیستم پیچشی تحت تأثیر نیروی واندروالس با مشخصات هندسی ثابت ($\alpha=0.06$ و $\beta=0.084$) مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل‌های ۵-۷، متغیرهای توکشان را به صورت تابعی از نسبت کوپلینگ برای D/l مختلف برای دو حالت با در نظر گرفتن اثر کشیدگی و بدون در نظر گرفتن آن نشان می‌دهند. از شکل‌های ۵-۷ می‌توان دریافت که اثر کشیدگی بر روی متغیرهای توکشان به مقدار نسبت کوپلینگ نانوائینه وابسته است. همچنین اثر کشیدگی در حالت خمشی با اثر آن در حالت پیچشی متفاوت است.

شکل ۵ تغییرات زاویه توکشان را به صورت تابعی از نسبت کوپلینگ برای نسبت‌های مختلف فاصله بین صفحه اصلی و الکتروود به پارامتر طول مادی (D/l) برای دو حالت با اثر کشیدگی و بدون اثر کشیدگی نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۵ دیده می‌شود اثر کشیدگی زاویه توکشان سیستم را افزایش می‌دهد. همچنین در حالتی که اثر کشیدگی در نظر گرفته می‌شود کاهش نیروی واندروالس، زاویه توکشان را افزایش می‌دهد. اما در مدل‌های پیچش خالص (مقادیر بزرگ K)، اثر کشیدگی تأثیری در زاویه توکشان نانوائینه نخواهد داشت و زاویه توکشان با در نظر گرفتن اثر کشیدگی و بدون در نظر گرفتن آن نتیجه یکسانی خواهد داشت. همچنین به طور کلی با افزایش نسبت کوپلینگ، زاویه ناپایداری توکشان افزایش می‌یابد.



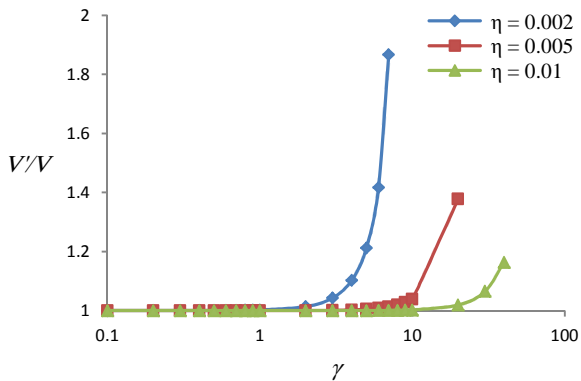
شکل ۶- منحنی تغییرات زاویه توکشان بر حسب نسبت کوپلینگ برای D/l مختلف و تأثیر اثر کشیدگی

شکل ۶ تغییرات تغییر مکان نانوائینه را به صورت تابعی از نسبت K برای D/l مختلف برای دو حالت با اثر کشیدگی و بدون اثر کشیدگی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۶ می‌توان دریافت اثر کشیدگی تغییر مکان توکشان سیستم را افزایش می‌دهد. همچنین در حالتی که اثر کشیدگی در نظر گرفته می‌شود کاهش نیروی واندروالس، تغییر مکان



شکل ۹- منحنی تغییرات نسبت زاویهٔ توکشان بدون در نظر گرفتن نیروی واندروالس (Δ') به زاویهٔ توکشان با در نظر گرفتن نیروی واندروالس (Δ) بر حسب مشخصات هندسی برای D/L مختلف

شکل ۱۰ نیز روند تغییرات نسبت ولتاژ ناپایداری توکشان را بر حسب مشخصات هندسی برای نسبت‌های مختلف D/L بیان می‌کند. با توجه به شکل ۱۰، با کاهش طول شکاف و در نتیجه افزایش نیروی واندروالس، نسبت ولتاژ ناپایداری سیستم افزایش می‌یابد. همانطور که در شکل ۱۰ دیده می‌شود با کاهش فاصلهٔ بین صفحه و الکتروود در نتیجه افزایش نیروی واندروالس، نسبت ولتاژ توکشان ناآیینه افزایش می‌یابد. همچنین منحنی‌ها یک روند افزایشی دارند. پس هرچه مقدار طول تیر پیچشی در سیستم کمتر شود، نسبت ولتاژ توکشان افزایش می‌یابد.



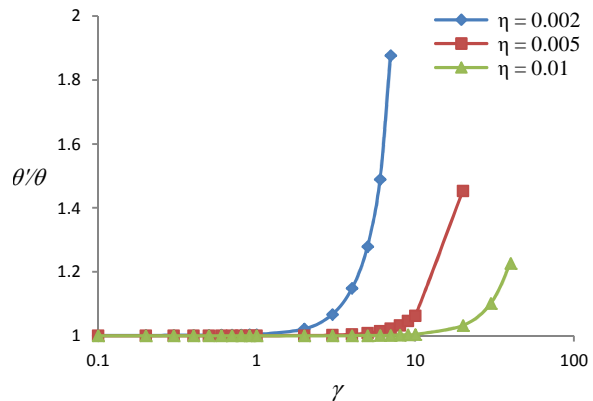
شکل ۱۰- منحنی تغییرات نسبت زاویهٔ توکشان بدون در نظر گرفتن نیروی واندروالس (V') به زاویهٔ توکشان با در نظر گرفتن نیروی واندروالس (V) بر حسب مشخصات هندسی برای D/L مختلف

بنابراین با توجه به شکلهای ۸ تا ۱۰ می‌توان دریافت که برای نانومحرکهای با طول فاصلهٔ کوچک بین صفحهٔ اصلی و الکتروود زیرین، پارامترهای توکشان به شدت تحت تأثیر نیروی واندروالس قرار دارند و در نظر نگرفتن این نیرو منجر به نتایج اشتباه و ایجاد خطا در شبیه‌سازی خواهد شد.

زیرین قابل تعریف می‌باشد. ناحیه اول، برای ناحیه ای با فواصل کمتر (معمولا کمتر از چند ده نانومتر)، که در آن نیروی واندروالس دارای اثر قویتری می‌باشد. در این حالت جاذبه بین دو صفحه ایده آل وابسته به معکوس توان سوم فاصله جدایی صفحات می‌باشد ناحیه دوم، برای فواصل بزرگتر که نیروی کازمیر مهمتر می‌باشد (فواصل بالای چند ده نانومتر). برای حالت ایده آل، نیروی کازمیر وابسته به معکوس درجه چهارم فاصله جدایی صفحات می‌باشد. در این بخش فاصله بین ناآیینه و الکتروود کمتر از ۱۰ نانومتر در نظر گرفته شده است لذا فقط اثر نیروی واندروالس مورد بررسی قرار گرفته است

شکلهای ۸ تا ۱۰ تغییرات نسبت حالت بدون نیروی واندروالس به حالت با نیروی واندروالس پارامترهای توکشان را بر حسب مشخصات هندسی سیستم برای $D/L = \eta$ مختلف نشان می‌دهد. همانطور که شکلهای ۸ تا ۱۰ نشان می‌دهند نیروی واندروالس بر روی متغیرهای ناپایداری توکشان تأثیر بسیاری دارد.

شکل ۸ تغییرات نسبت زاویهٔ توکشان را به صورت تابعی از مشخصات هندسی برای نسبت‌های مختلف فاصلهٔ بین صفحهٔ اصلی و الکتروود به طول تیر پیچشی (D/L) نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۸ دیده می‌شود با کاهش فاصلهٔ بین صفحه و الکتروود و در نتیجه افزایش نیروی واندروالس، نسبت زاویهٔ توکشان ناآیینه افزایش می‌یابد. همچنین منحنی‌ها یک روند افزایشی دارند. پس هرچه طول تیر پیچشی ناآیینه کمتر شود، نسبت زاویهٔ توکشان نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۸- منحنی تغییرات نسبت زاویهٔ توکشان بدون در نظر گرفتن نیروی واندروالس (θ') به زاویهٔ توکشان با در نظر گرفتن نیروی واندروالس (θ) بر حسب مشخصات هندسی برای D/L مختلف

شکل ۹ تغییرات نسبت تغییرمکان ناآیینه را بر حسب مشخصات هندسی برای نسبت‌های مختلف D/L نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۹ دیده می‌شود با کاهش فاصلهٔ بین صفحه و الکتروود و در نتیجه افزایش نیروی واندروالس، نسبت تغییرمکان توکشان ناآیینه افزایش می‌یابد. همچنین منحنی‌ها یک روند افزایشی دارند. پس هرچه طول تیر پیچشی سیستم کمتر شود، نسبت تغییرمکان توکشان افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده، تأثیر نیروی واندروالس و همچنین اثر کشیدگی بر ناپایداری توکشان کوپل شده خمشی- پیچشی یک نانومحرک پیچشی مورد بررسی قرار گرفت. ۱- با صرف نظر از اثر اندازه، با افزایش طول الکتروود زاویه توکشان ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد. همچنین با افزایش طول الکتروود، تغییر مکان و ولتاژ ناپایداری توکشان نیز کاهش می یابد. هرچه مقدار طول الکتروود کوچکتر باشد، تأثیر ضریب کوپلینگ در ولتاژ توکشان ناوانیبه نسبت به مقادیر بزرگتر طول الکتروود، بیشتر است.

۲- اثر کشیدگی به شدت بر روی پارامترهای توکشان ناوانیبه موثر است به طوری که این اثر زاویه توکشان و ولتاژ توکشان سیستم را افزایش و تغییر مکان توکشان آن را کاهش می دهد. همچنین در حضور این اثر، کاهش نیروی واندروالس پارامترهای توکشان سیستم را افزایش می دهد. در حالت ناپایداری پیچشی خالص، کشیدگی تأثیری بر روی پارامترهای ناپایداری توکشان نخواهد داشت.

۳- با کاهش فاصله بین صفحه اصلی و الکتروود زیرین، نیروی واندروالس افزایش می یابد که زاویه و ولتاژ ناپایداری نانومحرک را افزایش می دهد. همچنین افزایش نیروی واندروالس باعث کاهش تغییر مکان توکشان سیستم می شود.

۴- برای محرکهای پیچشی با فاصله کوچک بین صفحه اصلی و الکتروود، پارامترهای توکشان تحت تأثیر نیروی واندروالس قرار دارند و در نظر گرفتن این نیرو باعث ایجاد خطا در شبیه سازی ناپایداری سیستم می شود.

۵- با مقایسه نتایج تجربی و مدلی که در آن از تئوری مرتبه بالای گرادیان کرنش اصلاح شده استفاده شده است، مشخص می شود که این مدل در توافق بسیار خوبی با نتایج تجربی پیشین قرار دارد. بنابراین مدل حاضر برای بررسی رفتار ناپایداری توکشان ناوانیبه تحت نیروی واندروالس قابل اعتماد است.

۶- مراجع

- [1] Maluf N., An introduction to microelectromechanical systems engineering, Boston: Artech House, 2000.
- [2] Elwenspoek M., Wiegerink R. J., Mechanical microsensors, Berlin ; New York: Springer, 2001.
- [3] Mohammad Fathalilou, Morteza Sadeghi, Ghader Rezazadeh, Nonlinear behavior of capacitive micro-beams based on strain gradient theory, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 28 (4), pp. 1141-115, 2014.
- [4] Behrokh Abbasnejad, Ghader Rezazadeh, Rasool Shabani, Stability Analysis of a Capacitive FGM Micro-Beam Using Modified Couple Stress Theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 26, No. 4, August, 2013.
- [5] Lifshitz E. M., The theory of molecular attractive forces between solids, *Soviet Physics JETP*, Vol. 2, pp. 73-83, 1956.
- [6] Kirsch V. A., Calculation of the van der Waals force between a spherical particle and an infinite cylinder, *Advances in Colloid and Interface Science*, Vol. 104, pp. 311-324, 2003.
- [7] Ashhab M., Salapaka M. V., Dahleh M., Mezić I., Dynamical analysis and control of microcantilevers, *Automatica*, Vol. 35, pp. 1663-1670, 1999.
- [8] Lee S. I., Howell S. W., Raman A., Reifengerger R., Nonlinear dynamics of microcantilevers in tapping mode atomic force microscopy: A comparison between theory and experiment, *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, Vol. 66, pp. 1154091-11540910, 2002.

۴-۴- اعتبار سنجی و مقایسه مدل پیشنهادی با نتایج تجربی

به منظور تصدیق، مدل گرادیان کرنش وابسته به اندازه پیشنهادی با نتایج تجربی پیشین [۳۲] مقایسه شده و همچنین اختلاف آن با مدل پیچشی کلاسیک بررسی می شود. نتایج تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده و تجربی و تفاوت آنها با مدل کلاسیک پیچشی در جدول ۲ و ۳ نشان داده شده است.

جدول ۲- مقایسه نتایج زاویه توکشان تجربی و مدل گرادیان کرنش اصلاح شده با مدل کلاسیک پیچشی

درصد خطای نسبی با نتایج تجربی	مدل پیچشی کلاسیک	درصد خطای نسبی با نتایج تجربی	مدل گرادیان کرنش اصلاح شده	نتایج تجربی [۳۲]	β
۰	۱	۰	۱	۱	۰/۳
۰	۱	۰	۱	۱	۰/۴
۳/۵۳	۰/۸۸	۰/۲۴	۰/۸۵۲	۰/۸۵	۰/۵
۴/۲۳	۰/۷۴	۰/۵۹	۰/۷۱۴	۰/۷۱	۰/۶
۳/۰۸	۰/۶۳	۰/۵۴	۰/۶۴۶	۰/۶۵	۰/۷
۶/۷۸	۰/۵۵	۱/۲۷	۰/۵۸۲	۰/۵۹	۰/۸
۴/۲۶	۰/۴۹	۱/۴۶	۰/۴۷۶	۰/۴۶	۰/۹

نتایج نشان می دهد که پارامترهای توکشان بدست آمده با تئوری گرادیان کرنش برای مدل دو درجه آزادی پیچش- خمش تیر بسیار نزدیک به مقادیر تجربی بدست آمده است. بنابراین مدل پیشنهادی با دقت بسیار خوبی قادر به پیش بینی زاویه توکشان و ولتاژ توکشان سیستم می باشد.

جدول ۳- مقایسه نتایج ولتاژ توکشان تجربی و مدل گرادیان کرنش اصلاح شده با مدل کلاسیک پیچشی

درصد خطای نسبی با نتایج تجربی	مدل پیچشی کلاسیک	درصد خطای نسبی با نتایج تجربی	مدل گرادیان کرنش اصلاح شده	نتایج تجربی [۳۲]	β
۱۲/۹۷	۳/۲۲	۰/۴۳	۳/۷۱۶	۳/۷	۰/۳
۱۶/۹۲	۲/۱۶	۰/۹۳	۲/۵۷۶	۲/۶	۰/۴
۱۸/۹۵	۱/۵۴	۰/۱۶	۱/۹۰۳	۱/۹	۰/۵
۲۱/۳۳	۱/۱۸	۰/۶۸	۱/۴۸۹	۱/۵	۰/۶
۲۲/۵	۰/۹۳	۱/۲۹	۱/۲۱۶	۱/۲	۰/۷
۲۵	۰/۷۵	۱/۲۸	۱/۰۱۲	۱	۰/۸
۲۸/۸۹	۰/۶۴	۱/۶۹	۰/۸۸۴	۰/۹	۰/۹

بنابراین این مدل می تواند اختلاف ایجاد شده بین نتایج تجربی و مدل پیچشی کلاسیک را از بین ببرد.

- [30] L. C. i., C. W. Lim, Yu J., Twisting statics and dynamics for circular elastic nanosolids by nonlocal elasticity theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 24, No. 6, pp.484-494, 2011.
- [31] Tadi Beni Y., Use of augmented continuum theory for modeling the size dependent material behavior of nano-actuators, *IJST, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 36, No. M1, pp. 41-52, 2012.
- [32] Lam D. C. C., Yang F., Chong A.C.M., Wang J., Tong P., Experiments and theory in strain gradient elasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 51, pp. 1477 – 1508, 2003.
- [33] Tadi Beni Y., Abadyan M., Use of Strain Gradient Theory for Modeling the Size-dependent Pull-in of Rotational Nano-Mirror in the Presence of Molecular Force, *Int. Jou. of Modern Physics B*, Vol. 27, No. 18, pp. 1350083-1350100, 2013.
- [34] Zhang X. M., Chau F. S., Quan C., Lam Y. L., Liu A. Q., A study of the static characteristics of a torsional micromirror, *Sensors and Actuators A*, 90, pp.73–81, 2001.
- [35] Malihi S., Tadi Beni Y., Golestanian H., Size dependent pull-in instability analysis of torsionalnano/micromirrors in the presence of molecular force using 2D model, *Optik*, Vol. 127, pp.7520–7536, 2016.
- [9] Guo J. G., Zhao Y. P., Influence of van der Waals and Casimir forces on electrostatic torsional actuators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 13, pp. 1027-1035, 2004.
- [10] Tadi Beni Y., Koochi A., Kazemi A. S., Abadyan M., Modeling the influence of surface effect and molecular force on pull-in voltage of rotational nano-micro mirror using 2-DOF model, *Can. J. Phys.*, vol 90, pp. 963-974, 2012.
- [11] Tadi Beni Y., Abadyan M., Koochi A., Effect of the Casimir attraction on the torsion/bending coupled instability of electrostatic nano-actuators, *Physica Scripta*, Vol 84, pp. 1-9, 2011.
- [12] Rezazadeh G., Khatami F., Tahmasebi A., Investigation of the torsion and bending effects on static stability of electrostatic torsional micromirrors, *Microsyst Technol*, Vol. 13, pp. 715-722, 2007.
- [13] Degani O., Socher E., Lipson A., Leitner T., Setter D. J., Kaldor S., and Nemirovsky Y., Pull-in study of an electrostatic torsion microactuator, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 7, pp. 373-378, 1998.
- [14] Gusso A., Delben G. J., Influence of the Casimir force on the pull-in parameters of silicon based electrostatic torsional actuators, *Sensors and Actuators, A: Physical*, Vol. 135, pp. 792-800, 2007.
- [15] Moeenfarid H., Ahmadian M. T., Analytical modeling of static behavior of electrostatically actuated nano/micromirrors considering van der Waals forces, *Acta Mech. Sin.*, Vol 28(3), pp.729-736, 2012.
- [16] Nemirovsky Y., Degani O. B., A Methodology and Model for the Pull-In Parameters of Electrostatic Actuators, *Journal of microelectromechanical systems*, Vol. 10, No. 4, pp. 601-615, 2001.
- [17] Guo J. G., Zhou L. J., Zhao Y. P., Instability analysis of torsional MEMS/NEMS actuators under capillary force, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 331, pp. 458-462, 2009.
- [18] Degani O. B., Nemirovsky Y., Erratum: Modeling the pull-in parameters of electrostatic actuators with a novel lumped two degrees of freedom pull-in model, *Sensors and Actuators, A: Physical*, Vol. 101, pp. 392-397, 2002.
- [19] Degani O. B., Nemirovsky Y., Modeling the pull-in parameters of electrostatic actuators with a novel lumped two degrees of freedom pull-in model, *Sensors and Actuators, A: Physical*, Vol. 97-98, pp. 569-578, 2002.
- [20] Huang J. M., Liu A. Q., Deng Z. L., Zhang Q. X., Ahn J., Asundi A., An approach to the coupling effect between torsion and bending for electrostatic torsional micromirrors, *Sensors and Actuators, A: Physical*, vol. 115, pp. 159-167, 2004.
- [21] Zhao J. P., Chen H. L., Huang J. M., Liu A. Q., A study of dynamic characteristics and simulation of MEMS torsional micromirrors, *Sensors and Actuators A*, Vol 120, pp.199-210, 2005.
- [22] Guo J. G., Zhao Y. P., Dynamic stability of electrostatic torsional actuators with van der Waals effect, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 675-685, 2006.
- [23] Lim C. W., Li C., Yu J. L., Free torsional vibration of nanotubes based on nonlocal stress theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, pp.2798-2808, 2012.
- [24] Venkatesh C., Pati S., Bhat N., Pratap R., A torsional MEMS varactor with wide dynamic range and low actuation voltage, *Sensors and Actuators A*, Vol. 121, p.480-487, 2005.
- [25] Shabani R., Tariverdilo S., Rezazadeh G., Agdam A. P., Nonlinear vibrations and chaos in electrostatic torsional actuators, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 12, pp. 3572-3584, 2011.
- [26] Khatami F., Rezazadeh G., Dynamic response of a torsional micromirror to electrostatic force and mechanical shock, *Microsystem Technologies*, Vol. 15, pp. 535-545, 2009.
- [27] Tadi Beni Y., Koochi A., Abadyan M., Using modified couple stress theory for modeling the size dependent pull in instability of torsional nano-mirror under Casimir force, *International Journal of Optomechatronics*, 2013.
- [28] Tsiatas G. C., Katsikadelis J. T., A new microstructure-dependent Saint-Venant torsion model based on a modified couple stress theory, *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 30, pp.741-747, 2011.
- [29] Gheshlaghi B., Hasheminejad S. M., Abbasion S., Size dependent torsional vibration of nanotubes, *Physica E*, Vol. 43, pp.45-48, 2010.