

بررسی عددی تاثیر نانوذرات بر افزایش انتقال گرما در فیلم تقطیر روی یک استوانه افقی

مسعود ضیائی راد*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

سعید محمودی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

افشین احمدی ندوشن

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

چکیده

در این مقاله، یک حل تشابهی برای محاسبه انتقال گرما در تقطیر لایه‌ای نانوسیال روی یک استوانه افقی ارائه شده است. مشاهدات تجربی گذشته نشان می‌دهد که نانوذرات با بخارات سیال پایه در اواپراتور همراه شده و در فیلم تقطیر تشکیل شده در کندانسور حضور دارند. به دلیل نقش مهم نانوذرات در افزایش انتقال گرما از فیلم تقطیر، در این مقاله به بررسی عددی این پدیده پرداخته می‌شود. اثر تغییر زاویه روی سطح استوانه، عدد جاکوب، تغییر در کسر حجمی نانوذرات و استفاده از نانوسیال‌های مختلف، بر پروفیل سرعت، دما و عدد نوسلت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با حضور نانوذرات آلومینا و اکسیدتیتانیوم در سیال پایه آب، ضریب انتقال گرمای جابجایی در لایه تقطیر افزایش می‌یابد؛ ولی در مورد نانوذرات مس و نقره، انتقال گرمای رسانشی غالب است و بنابراین عدد نوسلت کاهش پیدا می‌کند. می‌توان دید که اثر عبارت‌های جابجایی با فاصله گرفتن از نقطه سکون بالایی تا زاویه ۹۰ درجه، افزایش یافته و پس از آن تا نقطه سکون پایینی کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کم شدن شعاع استوانه انتقال گرمای همرفت به صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد. بر اساس نتایج به دست آمده می‌توان گفت که نظریه نوسلت تنها در اعداد جاکوب پایین می‌تواند جواب قابل قبولی ارائه دهد.

واژه‌های کلیدی: تقطیر لایه‌ای، استوانه افقی، نانوسیال، انتقال گرما، حل تشابهی.

Numerical Investigation of Nanoparticles Effect on Heat Transfer Enhancement in Film Condensation on a Horizontal Cylinder

M. Ziaei-Rad

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

S. Mahmoudi

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

A. Ahmadi Nadooshan

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

Abstract

In this paper, a similarity solution is presented to obtain the rate of heat transfer in nanofluid film condensation on a horizontal cylinder. Recent experimental observations show that the nanoparticles follow the base fluid vapor in evaporator and also attend in the condensate film in the condenser. Due to the significant effect of nanoparticles on heat transfer enhancement in the condensate film, this phenomenon is studied numerically in this paper. The effects of circumferential change, Jacob number, volume fraction of nanoparticles and different types of nanofluids on the velocity and temperature profiles, as well as Nusselt number are investigated. The results show that with Alumina and TiO₂ nanoparticles in the base fluid, convective heat transfer coefficient in condensate film increases, while in the case of Cu and Ag nanoparticles, conductive heat transfer is dominant and in effect, Nusselt number decreases. It is found that far from upper stagnation point up to the angle 90°, the role of convective terms increases and right after, decreases up to lower stagnation point. Also convective heat transfer descends as the cylinder radius is reduced. According to the obtained results, one can say that only in low Jacob numbers, the Nusselt theory results in acceptable results.

Keywords: Film Condensation, Horizontal Cylinder, Nanofluid, Heat Transfer, Similarity Solution.

بوده است و بسیاری از تحقیقات گذشته بر این مساله متمرکز شده است [۲ و ۳]. با پیشرفت نانو تکنولوژی و امکان تولید ذرات فلزی و غیرفلزی در مقیاس نانو، ایده استفاده از آنها به صورت سوسپانسیون در سیال‌های مختلف به منظور بهبود خواص انتقال گرمای سیال پایه مطرح شد [۴]. افزایش انتقال گرما توسط نانوذرات، به عوامل مختلفی همچون شکل و ابعاد ذرات، درصد حجمی آنها در سیال پایه و ویژگی‌های گرمایی نانوذرات بستگی دارد [۵]. پدیده تقطیر نیز در این مورد مستثنی نبود و تحقیقاتی نیز بر روی نقش نانوذرات در افزایش انتقال گرما از فیلم تقطیر انجام شده است [۶-۸]. مطالعات تجربی نشان داد که نانوذرات موجود در فاز مایع با تبخیر وارد فاز بخار شده و سپس وارد فیلم مایع در چگالنده می‌شوند [۶]. در مطالعات دیگر می‌توان دید که استفاده از نانوسیال به جای سیال خالص مشخصا در قسمت چگالنده، خواص انتقال گرمای تقطیر را بهبود می‌بخشد که این آهنگ افزایش،

۱- مقدمه

به دلیل تغییر فاز و نقش اساسی گرمای نهان، انتقال گرما در پدیده تقطیر بدون ایجاد تغییر دما در سیال رخ می‌دهد. در حقیقت، تقطیر باعث می‌شود که انتقال گرما با آهنگ زیاد همراه با تغییرات کوچک دما امکان پذیر باشد. به همین دلیل، در بسیاری از مسائل مهندسی از جمله در کندانسور و برج خنک کن در نیروگاهها، برجهای تقطیر در صنایع پتروشیمی، خشک کن ها در صنایع غذایی و دارویی و طراحی سیستم های تهویه مطبوع، با این پدیده سروکار داریم. از طرفی، به دلیل ضریب انتقال گرمای جابجایی بزرگتر در تقطیر لایه‌ای در مقایسه با تقطیر قطره‌ای و نیاز تقطیر قطره‌ای به سطوح خاص، چگالنده‌ها در صنعت عمدتاً بر مبنای تقطیر لایه‌ای طراحی می‌شوند [۱].

افزایش آهنگ انتقال گرما در پدیده تقطیر به منظور امکان به‌کارگیری سطوح کوچک‌تر و افزایش بازده، همواره مورد نظر محققین

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.ziaeirad@eng.ui.ac.ir

حتی کمی بیشتر از بخش اواپراتور بوده است. همچنین افزایش کسر حجمی نانوذرات در تقطیر باعث افزایش اصطکاک سطحی و به تبع آن شدت گرفتن انتقال مومنوم نیز می‌شود که افزایش مومنوم خود سبب افزایش انتقال گرما می‌گردد [۷]. لذا نانوذرات طی فرایند تبخیر و تقطیر، همواره همراه سیال پایه حضور خواهند داشت.

مواردی از مطالعه تجربی و عددی پدیده تقطیر نانوسیال در مطالعات گذشته مشاهده شده است؛ با این حال استفاده عملی از نانوذرات در فرآیندهای تغییر فاز (تبخیر و تقطیر) همواره جالب و مورد توجه بوده است. در این زمینه، می‌توان به اندازه‌گیری‌های تجربی گابریل و آنجل هومینیک [۶] بر روی استفاده از نانوذرات در جریان‌های دو فازی در سیفون‌های گرمایی اشاره کرد. آنها در آزمایش‌های خود، از نانو ذره اکسید آهن استفاده کرده و نشان دادند که افزایش انتقال گرما، تابعی از کسر حجمی نانوذره و زاویه چگالنده است. همچنین مشاهده کردند که افزایش خواص گرمایی متوسط فیلم تقطیر با حضور نانوذرات، به زاویه شیب چگالنده بستگی دارد. بنابراین نتیجه گرفتند که برای افزایش بازدهی، باید زاویه چگالنده کم شده و کسر حجمی نانوذره افزایش یابد. لیو و همکارانش [۷] نیز عملکرد گرمایی یک لوله گرمایی شیاردار مایل را در حضور نانوذرات به صورت تجربی مطالعه کردند. در این تحقیق، تاثیر تغییر کسر حجمی نانوذره اکسید مس و زاویه لوله گرمایی بر میزان انتقال گرما بررسی شده است. نتایج آنها نشان داد که زاویه لوله گرمایی نقش بسیار مهمی دارد؛ به طوری که بهترین کارایی همراه با نانو ذرات، در زاویه ۴۵ درجه است و با افزایش زاویه لوله گرمایی نسبت به محور افقی، ضریب انتقال گرما کاهش می‌یابد. گابریل و آنجل هومینیک در مطالعه دیگری [۸] عملکرد لوله‌های گرمایی در یک سیفون گرمایی را با به کارگیری نانوسیال آب-اکسید آهن به صورت عددی بررسی کردند. در این مدل، آنها از تحلیل سه بعدی استفاده کرده و اثرات کسر حجمی نانوذرات و دمای کاری را بر عملکرد گرمایی لوله گرمایی در سیفون مورد مطالعه قرار دادند و نتیجه گرفتند که افزودن کسر حجمی نانو ذرات اثر قابل توجهی بر افزایش آهنگ انتقال گرما و کاهش دما بین اواپراتور و چگالنده دارد. همچنین بیان کردند که نتایج تجربی و عددی آنها، هر دو تاییدی بر این مطلب است که استفاده از نانوسیال‌ها به جای آب خالص، ویژگی‌های گرمایی سیفون گرمایی را بهبود می‌بخشد. آورانکو و همکارانش [۹] انتقال گرمای فیلم تقطیر جریان بخار حاوی نانوذرات از روی یک سطح افقی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها به کمک روش تحلیلی، عدد نوسلت، رسانایی گرمایی، چگالی و لزجت دینامیکی نانوذرات را محاسبه کردند و دریافتند که با افزایش رسانایی گرمایی و چگالی نانوذرات، عدد نوسلت افزایش می‌یابد. همچنین با نزدیک شدن به مرز جدایش فیلم تقطیر و بخار، غلظت نانوذرات نیز بالا می‌رود. همین محققین در مطالعه دیگری [۱۰] با به کارگیری یک مدل تحلیلی تقریبی، پارامترهای موثر بر انتقال گرما در فیلم تقطیر بخار ساکن حاوی نانوذرات را در مجاورت یک صفحه عمودی بررسی کردند. آنها گزارش کردند که افزایش کسر حجمی نانوذرات، فرایند انتقال جرم و مومنوم را افزایش می‌دهد. در نتیجه، موجب رشد سریع‌تر پروفیل‌های سرعت در فیلم تقطیر می‌گردد و ضریب اصطکاک سطحی و انتقال مومنوم را افزایش می‌دهد. ضیائی‌راد و اماتی [۱۱] به بررسی تقطیر فیلم نانوسیال روی یک صفحه عمودی پرداختند. آنها با تعریف یک پارامتر تشابهی جدید، اثر تغییر کسر حجمی

نانوذرات را وارد معادلات نموده، به روش عددی معادلات حاکم را حل کردند. نتایج آنها نشان داد که افزایش عدد نوسلت رابطه‌ای خطی با افزایش کسر حجمی نانوذرات دارد. در تحقیق مشابهی، همین نویسندگان [۱۲] تقطیر نانوسیال روی یک صفحه مایل را نیز مطالعه کردند و نشان دادند که با دور شدن صفحه از حالت عمودی، آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابد. همچنین بیان کردند که عدد نوسلت متوسط روی صفحه تا زاویه ۲۰ درجه، تقریباً ثابت می‌ماند و سپس با شیبی ملایم کاهش خواهد یافت.

اگرچه موارد معدودی از بررسی عددی تقطیر نانوسیال و حل تشابهی معادلات آن در تحقیقات گذشته یافته شده است، ولی مطالعات عددی و تجربی متعددی بر روی افزایش انتقال گرما در پدیده تقطیر سیال خالص یا استفاده از نانوذرات در افزایش انتقال گرمای جابجایی آزاد، اجباری یا ترکیبی وجود دارد. از آن جمله، ضیائی‌راد و کسایی پور [۱۳] به کمک حل تشابهی، جریان لایه مرزی جابجایی ترکیبی برای نانوسیال آب-مس از روی یک صفحه افقی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. آنها تاثیر دمای سطح، کسر حجمی نانوذره و پارامتر جابجایی ترکیبی را بر ضریب اصطکاک، عدد نوسلت و پروفیل دما و سرعت در جریان مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان می‌دهد که عدد نوسلت جریان با افزایش کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی، افزایش می‌یابد. علاوه بر آن، در کسر حجمی بالاتر نانوذرات و پارامتر جابجایی بزرگتر، اثر بالا بردن دمای سطح بر افزایش عدد نوسلت و کاهش ضریب اصطکاک، بیشتر است. اخوان و همکارانش [۱۴] به بررسی تجربی انتقال گرمای همرفت اجباری آرام با استفاده از نانوسیال آب-گرافین در یک لوله دایره‌ای پرداختند. آنها تغییرات لزجت و ضریب انتقال گرمای هدایتی را مطالعه کرده و نشان دادند که با افزایش دمای نانوسیال، رسانایی گرمایی نانوسیال افزایش می‌یابد. همچنین ادعا کردند که با اضافه شدن دو درصدی کسر حجمی نانوذرات، حدود ده درصد به رسانایی گرمایی نانوسیال افزوده می‌شود؛ در حالی که تغییر چندانی در لزجت آن رخ نمی‌دهد. نافون [۱۵] انتقال گرمای نانوسیال در یک لوله مارپیچ افقی را به صورت تجربی بررسی نمود و اثر تغییر در انحنای لوله، کسر حجمی نانوذره و دمای سیال پایه را بر میزان انتقال گرما مطالعه کرد. وی نشان داد که با افزایش یک درصدی نانوذرات، عدد نوسلت متوسط در حدود ۲۱ درصد افزایش می‌یابد. علاوه بر آن بیان کرد که با کاهش انحنای لوله، انتقال گرما افزایش می‌یابد؛ بدین معنی که بیشینه انتقال گرما مربوط به لوله‌های مستقیم و بدون انحنای خواهد بود.

نگاهی بر مطالعات انجام شده بر روی تاثیر نانوسیال‌ها در بهبود انتقال گرما، نشان می‌دهد که تحقیقات اندکی بر روی استفاده از نانوسیال‌ها در پدیده تقطیر انجام پذیرفته است. از بین این موارد معدود، مطالعات عددی انجام شده در زمینه جریان‌های دوفازی بدون بهره‌گیری از حل کارآمد تشابهی [۹و۸] بوده و یا تنها بر مطالعه پدیده تقطیر روی سطوح تخت [۱۱و۱۲] متمرکز بوده است.

مطالعه عددی حاضر به بررسی تقطیر لایه‌ای روی یک استوانه پرداخته است. بررسی‌های نویسندگان مقاله نشان می‌دهد که تحقیق حاضر برای نخستین بار به بررسی پدیده تقطیر نانوسیال روی سطوح دارای انحنای پرداخته است. این کار با استفاده از متغیر تشابهی مناسب و ساده کردن معادلات دیفرانسیل حاکم با مشتقات جزئی به فرم معادلات دیفرانسیل معمولی امکان‌پذیر گشته است.

نانوسیال، شامل معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی را پس از اعمال فرضیات لایه مرزی و فیزیکی بیان شده، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = g(\rho_{nf} - \rho_v) \sin \gamma + \mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

در این معادلات، از زیر نویس nf برای بیان خواص نانو سیال استفاده شده است. x و y به ترتیب مختصه‌های مکانی در جهت مماس بر سطح استوانه و راستای عمودی و u و v مولفه‌های متناظر سرعت در این دو راستا هستند. همچنین T دمای سیال، ρ_{nf} و ρ_v به ترتیب چگالی فاز مایع و بخار، μ_{nf} لزجت دینامیکی و α_{nf} پخشندگی گرمایی لایه تقطیر نانو سیال است.

شرایط مرزی معادلات بر اساس برقراری شرط عدم لغزش در سطح لوله، دمای سطح و دمای اشباع بخار نوشته می‌شوند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$y = 0: \begin{cases} T = T_w \\ u = 0 \\ v = 0 \end{cases}, \quad y = \delta(x): \begin{cases} T = T_{sat} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

در این روابط، $\delta(x)$ ضخامت لایه مرزی هیدرو دینامیکی و T_w و T_{sat} به ترتیب دمای سطح استوانه و دمای بخار اشباع هستند.

۴- روش حل تشابهی

با توجه به ثابت فرض شدن دمای سطح استوانه و ساکن بودن بخار اشباع، مساله حاضر شرایط لازم برای وجود حل تشابهی را داراست. از این رو می‌توان با تعریف یک پارامتر تشابهی مناسب، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم را به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تعریف تابع جریان، به صورت معادله (۵) معادلات حاکم به صورت معادلات (۶) و (۷) باز نویسی می‌شوند:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = \frac{g(\rho_{nf} - \rho_v) \sin \gamma + \nu_{nf} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3}}{\rho_{nf}} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7)$$

اکنون پارامتر تشابهی را به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{y}{r} \left[\frac{g C \rho_{nf} (\rho_{nf} - \rho_v) r^3}{4 k_{nf} \nu_{nf}} \right]^{\frac{1}{4}} \Lambda(\gamma) \quad (8)$$

با استفاده از این تعریف، تابع جریان بدون بعد و دمای بدون بعد را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$F(\eta) = \frac{\psi}{\nu} \left[\frac{g C \rho_{nf} (\rho_{nf} - \rho_v) r^3}{4 k_{nf} \nu_{nf}} \right]^{\frac{1}{4}} \Omega(\gamma) \quad (9)$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_{sat}}{T_w - T_{sat}} \quad (10)$$

در روابط بالا، Λ و Ω ، توابع استفاده شده برای بیان انحنای سطح هستند [۱۶]. زاویه سطح و فاصله طولی از نقطه سکون بالایی، توسط رابطه زیر با یکدیگر رابطه دارند:

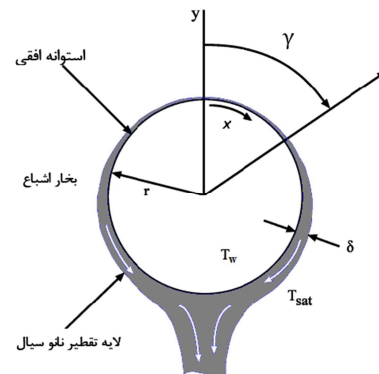
$$\gamma = \frac{x}{r} \quad (11)$$

لذا می‌توان توابع انحنای سطح را به صورت زیر تعریف کرد [۱۷]:

در این مقاله پس از تعریف هندسه مساله، ارائه فرضیات فیزیکی و بیان معادلات حاکم بر پدیده تقطیر نانو سیال، در بخش چهارم روش حل تشابهی و معادلات دیفرانسیل معمولی حاصل آورده می‌شود. سپس در بخش پنجم به نحوه محاسبه خواص موثر نانو سیال اشاره می‌گردد. بخش ششم روش حل عددی معادلات حاکم را بیان می‌کند. بخش هفتم پس از مطالعه استقلال شبکه محاسباتی و اعتبارسنجی نتایج از طریق مقایسه آن‌ها با تحقیقات مشابه گذشته، به تفصیل به تجزیه و تحلیل نتایج به دست آمده می‌پردازد و نهایتاً در بخش هشتم، جمع بندی نتایج مهم به دست آمده ارائه خواهد شد.

۲- بیان مساله و فرضیات فیزیکی

در شکل ۱ نمایی از تشکیل لایه تقطیر نانو سیال روی یک استوانه افقی نشان داده شده است. برخلاف مساله تشکیل لایه تقطیر روی صفحه‌ی تخت، ضخامت لایه‌ی مرزی در ابتدای هندسه، یعنی در نقطه‌ی سکون بالایی استوانه، مقداری غیر صفر دارد. با فرض استوانه طویل، می‌توان از گرادینت‌های طولی صرف نظر کرد و معادلات حاکم را در دو بعد نوشت. همچنین به دلیل ساکن بودن بخار و ناچیز بودن لزجت آن نسبت به لزجت مایع، از اثر تنش برشی در سطح مشترک بخار-مایع صرف نظر می‌شود. از طرفی، فاز بخار در حالت اشباع فرض می‌شود؛ از این رو گرادینت دمایی در آن وجود ندارد و می‌توان دما در لبه‌ی لایه‌ی مایع تقطیر را مقدار ثابت T_{sat} قرار داد. در تحقیق حاضر فرض شده است که ضخامت لایه‌ی مایع در مقابل قطر استوانه ناچیز باشد، از این رو می‌توان از مختصات دکارتی در نوشتن معادلات حاکم استفاده کرد و اثرات انحنای سطح را در قالب توابع جداگانه‌ای وارد معادلات نمود [۱۶]. نانوذرات فلزی مختلفی را در سیال پایه آب



شکل ۱- نمایی از تشکیل فیلم تقطیر نانو سیال روی یک استوانه افقی

مورد مطالعه قرار داده‌ایم. فرض می‌شود که نانو سیال همگن است و نانوذرات و سیال پایه در تعادل گرمایی هستند. حداکثر کسر حجمی نانوذرات در این مطالعه، ۶٪ انتخاب شده است. این مقدار تضمین کننده عدم ناپایداری نانوذرات و اجتناب از رسوب گذاری آن‌ها در سیال پایه خواهد بود. از این رو و با توجه به فرض پایین بودن کسر حجمی نانو ذرات، خواص نانو سیال را می‌توان به صورت تک فاز مدل کرد. ضمناً خواص بخار متأثر از حضور نانوذرات نخواهد بود [۱۰].

۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان دو بعدی، پایه، تراکم ناپذیر و آرام تقطیر لایه‌ای

$$Ja = -3 \frac{F(\eta_\delta)}{\theta(\eta_\delta)} \quad (22)$$

۵- محاسبه خواص نانوسیال‌ها

در این مقاله، چهار نوع نانوذره مختلف، شامل اکسید آلومینیوم (آلومینا)، اکسید تیتانیوم، مس و نقره در سیال پایه آب مورد بررسی قرار گرفته است. به طور کلی خواص موثر نانوسیال متاثر از خواص نانوذرات، آب و کسر حجمی نانوذرات در سیال پایه است. در اینجا برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر، سعی شده از روابط تجربی جدید موجود در تحقیقات گذشته متناسب با نوع نانوذره استفاده شود. خواص گرمایی سیال پایه و نانوذرات در جدول ۲ آورده شده است.

چگالی و گرمای ویژه نانوسیال را می‌توان بر حسب کسر حجمی نانوذرات

$$(\rho) \text{ و خواص سیال پایه و نانوذره به صورت زیر نوشت [۱۹]:} \\ \rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_{bf} + \varphi\rho_p \quad (23)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_{bf} + \varphi(\rho c_p)_p \quad (24)$$

که در آنها اندیس p نشان‌دهنده خواص نانوذرات است. برای محاسبه لزجت موثر نانوسیال، بسته به نوع نانوذرات روابط مختلفی ارائه شده است. که این روابط را می‌توان در قالب یک رابطه‌ی عمومی به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = A\varphi + B\varphi^2 + C\varphi^3 + D \quad (25)$$

در رابطه بالا، مقادیر A, B, C و D همگی ضرایب ثابت بوده و در جدول ۳ ارائه شده‌اند.

برای رسانایی هدایت گرمایی موثر نانوسیال آب- آلومینا و آب-مس به طور مشترک از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد [۲۳]:

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \frac{k_p + 2k_{bf} + 2\varphi(k_p - k_{bf})}{k_p + 2k_{bf} - \varphi(k_p - k_{bf})} \quad (26)$$

رسانایی گرمایی موثر آب- اکسید تیتانیوم نیز از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است [۲۴]:

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \frac{1}{4} [(3\varphi - 1) \frac{k_p}{k_{bf}} + \{3(1 - \varphi) - 1 + \Delta^{1/2}\}] \quad (27)$$

در این رابطه، داریم:

$$\Delta = [(3\varphi - 1) \frac{k_p}{k_{bf}} + \{3(1 - \varphi) - 1\}]^2 + 8 \frac{k_p}{k_{bf}} \quad (28)$$

برای محاسبه رسانایی گرمایی موثر نانوسیال آب- نقره نیز، رابطه‌ی تجربی زیر به صورت تابعی خطی از کسر حجمی نانوذره مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۲]:

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = 0.9692\varphi + 0.9508 \quad (29)$$

جدول ۲- خواص سیال پایه آب و نانوذرات در شرایط استاندارد

(فشار $P = 1 \text{ atm}$ و دمای $T = 25^\circ\text{C}$) [۱۸]

ماده	$\rho (\text{kg.m}^{-3})$	$Cp (\text{J.kg}^{-1}.K^{-1})$	$k (\text{Wm}^{-1}.K^{-1})$
آب خالص	۹۹۷/۱	۴۱۷۹	۰.۶۱۳
آلومینا	۳۹۷۰	۷۶۵	۴۰
اکسید تیتانیوم	۴۲۵۰	۶۸۶.۲	۸/۹۵۳۸
مس	۸۹۳۳	۳۸۵	۴۰.۱
نقره	۱۰۵۰۰	۲۲۵	۴۲۹

$$\Lambda(x) = \left(\frac{1 + ax}{b + cx} \right) \quad (12)$$

$$\Omega(x) = a + bx + cx^2 \quad (13)$$

که در آنها، a, b و c ثابت‌های معادلات‌اند. مقدار این ثابت‌ها در جدول ۱ آمده است. در نهایت، با جایگذاری تعاریف فوق در معادلات (۶) و (۷) معادلات حاکم به معادلات دیفرانسیل معمولی زیر تبدیل می‌شوند:

$$\ddot{F} + \frac{\alpha_{nf}}{v_{nf}} [3F\dot{F} - 2\dot{F}^2] + 1 = 0 \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} + 3F\dot{\theta} = 0 \quad (15)$$

شرایط مرزی (معادله ۴) را نیز برحسب متغیرهای تشابهی می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\eta = 0: \begin{cases} F = 0 \\ \dot{F} = 0 \\ \theta = 1 \end{cases}, \quad \eta = \eta_\delta: \begin{cases} \dot{F} = 0 \\ \theta = 0 \end{cases} \quad (16)$$

در این‌جا بیانگر مقدار η در سطح مشترک بخار- مایع ($\eta = \delta$) است. در قسمتی از فصل مشترک بخار- مایع با طول dx و عرض واحد، آهنگ انتقال گرما به فیلم مایع با آهنگ‌های انرژی ناشی از تقطیر در فصل مشترک یکسان خواهد بود. با صرف‌نظر از جملات جابجایی، این مقدار با آهنگ انتقال گرما در سطح نیز برابر است. بنابراین با نوشتن بالانس انرژی در یک المان مرزی، داریم:

$$\int_0^x k_{nf} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} dx = \int h_{fg} dm \quad (17)$$

$$\frac{k_{nf}(T_{sat} - T_w)}{\delta} = \rho_{nf} v_c h_{fg} \quad (18)$$

در شکل بدون بعد، این معادله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\alpha_{nf} Ja \left(\frac{Cp_{nf}}{Cp_{bf}} \right) = \delta v_c \quad (19)$$

در روابط بالا، h_{fg} انتالپی تغییر فاز، v_c سرعت مرجع مماس بر سطح استوانه، Cp_{nf} گرمای ویژه نانوسیال، Cp_{bf} گرمای ویژه سیال خالص و Ja عدد جاکوب (بیانگر نسبت انتقال گرما ناشی از تغییر دما به گرمای نهان سیال در هنگام تغییر فاز از مایع به بخار) است و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$Ja = Cp_{bf} \frac{T_{sat} - T_w}{h_{fg}} \quad (20)$$

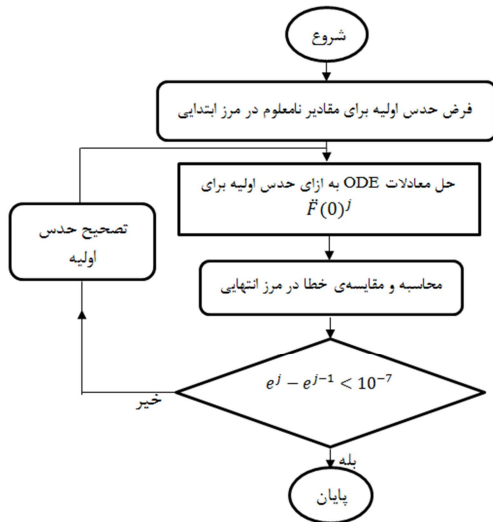
برای به دست آوردن ضخامت فیلم تقطیر، بالانس انرژی در فیلم تقطیر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_0^x k_{nf} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} dx = \int_0^\delta \rho_{nf} u h_{fg} dy + \int_0^\delta pu Cp_{nf} (T_{sat} - T) dy \quad (21)$$

جدول ۱- ثابت‌های توابع انحنای سطح [۱۷]

ثابت	$\Lambda(x)$	$\Omega(x)$
a	-۰.۰۵۵	-۰.۰۴۷
b	۰.۳۳۶	-۰.۰۴۴۳
c	-۰.۰۰۶۴	-۶.۳۰۲ × ۱۰ ^{-۵}

شکل بدون بعد معادله (۲۱) را با استفاده از تعریف پارامتر تشابهی و عدد جاکوب، می‌توان به صورت زیر نوشت:



شکل ۲- فلوجارت حل عددی معادلات تشابهی حاکم بر مساله تقطیر

۷- بررسی نتایج و بحث

برای محاسبه انتقال گرمای فیلم تقطیر روی استوانه و با توجه به هندسه مساله در شکل ۱، ضریب انتقال گرمای موضعی بی بعد به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۶]:

$$Nu_x = \frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} x \quad (33)$$

با استفاده از متغیرهای تشابهی، انتگرال گیری روی کل استوانه و ساده سازی، رابطه‌ی برای ضریب انتقال گرمای بی بعد متوسط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\overline{Nu}_d [\beta]^{-1/4} = 0.733 [-\theta(0)] \left(\frac{1}{Ja}\right)^{-1/4} \quad (34)$$

که در آن:

$$\beta = \frac{g \alpha_{bf} \nu_{bf} \rho_{nf} h_{fg} d^3}{4 k_{nf} \alpha_{nf} \nu_{nf}^2 (T_{sat} - T_w)} \quad (35)$$

با هدف مقایسه نتایج حل عددی حاضر با تئوری نوسلت [۲۵]، نسبت عدد نوسلت متوسط به مقدار محاسبه شده آن بر اساس تئوری نوسلت $\overline{Nu}_{d,t}$ ، برای یک استوانه به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۶]:

$$\frac{\overline{Nu}_d}{\overline{Nu}_{d,t}} = (0.68 + \frac{1}{Ja})^{-1/4} [-\theta(0)] \quad (36)$$

در این مقاله، از توزیع یکنواخت نقاط محاسباتی استفاده شده است. در جدول ۴ مقادیر عدد نوسلت متوسط به عنوان نمونه برای تقطیر نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با کسرجمعی ۰/۰۶ روی یک استوانه دایره‌ای و به ازای تعداد نقاط محاسباتی مختلف جمع‌آوری شده است. می‌توان دید که بالاتر از تعداد نقاط ۳۰۰ تغییرات این عدد قابل توجه نیست. لذا برای این حل عددی، از ۳۰۰ نقطه محاسباتی استفاده شده است.

جدول ۴- تغییر در عدد نوسلت متوسط با تغییر تعداد نقاط محاسباتی

تعداد نقاط شبکه	\overline{Nu}_d
۱۰۰	۱,۱۲۷
۲۰۰	۱,۱۱۰
۳۰۰	۱,۰۹۵
۳۵۰	۱,۰۹۵

جدول ۳- ضرایب معادله (۲۴) برای لزجت موثر نانوسیال‌ها با سیال پایه آب

نانوذره [مرجع]	A	B	C	D
اکسید تیتانیوم [۱۹]	۳,۵۴۴	۱۶۹,۴۶	۰	۱
آلومینا [۲۰]	۷,۳	۱۲۳	۰	۱
مس [۲۱]	-۰,۳۱۹	-۰,۰۵۱	۰,۰۰۹	۱,۴۷۵
نقره [۲۲]	۰,۴۹۷	-۰,۱۱۴۹	۰	۱,۰۰۵

۶- حل عددی معادلات حاکم

برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی حاکم بر تقطیر نانوسیال (معادلات ۱۴ و ۱۵) به همراه شرایط مرزی (معادله ۱۶)، یک کد کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است. روش پیش‌روی مکانی در حل معادلات لایه‌مرزی نیازمند مشخص بودن همه متغیرها در مرز آغازین پیش‌روی است. در این مساله، بخشی از شرایط مرزی روی سطح استوانه معلوم است (F و \dot{F}) و تعدادی باید در لبه لایه مرزی ارضا شوند (\dot{F}). در روش پرتابی ابتدا مقدار مجهول مرزی حدس زده می‌شود و سپس با استفاده از فرمول‌بندی کارآمد و سریع اویلر اصلاح شده، معادلات تا لبه لایه مرزی حل می‌شوند. آنگاه در صورت عدم تطابق مقدار مرزی محاسبه شده با مقدار فیزیکی، حدس اولیه تصحیح می‌گردد. در این روش، مقدار F و مشتقات آن در نقطه $i+1$ برحسب نقطه i به صورت رابطه ۳۰ محاسبه می‌شود:

$$F_{i+1}^n = F_i^n + \frac{\Delta \eta}{2} (F_i^{n+1} + \dot{F}_{i+1}) \quad (30)$$

که در آن، \dot{F} یک مقدار واسط برای اصلاح محاسبه مشتق و بالانویس n نشانگر مرتبه مشتق در معادلات است. مقدار \dot{F} به صورت رابطه (۳۱) تعریف می‌شود:

$$\dot{F}_{i+1} = \Delta \eta \dot{F}_{i+1} \quad (31)$$

به منظور افزایش سرعت همگرایی، از دو حدس اولیه استفاده کرده، محاسبات را برای هر دوی آن‌ها انجام می‌شود. پس از مقایسه دو جواب در صورت زیاد بودن اختلاف بین آن‌ها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وتری جایگزین می‌شود. مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه (۳۲) تصحیح خواهد شد:

$$\ddot{F}(0)^{j+1} = \ddot{F}(0)^j - e^j \frac{\ddot{F}(0)^j - \ddot{F}(0)^{j-1}}{e^j - e^{j-1}} \quad (32)$$

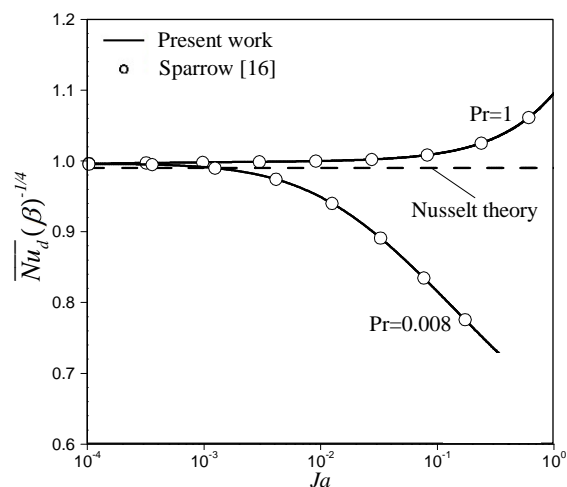
بالانویس j در این رابطه، شمارنده تعداد دفعات تصحیح شرط مرزی به روش وتری است. همچنین e تفاوت مقدار \ddot{F} محاسبه شده ناشی از مقادیر حدسی با مقدار شرط مرزی \ddot{F} (رابطه ۱۵) در نقطه انتهایی است. در شکل ۲ الگوریتم حل عددی معادلات، به صورت فلوجارت نشان داده شده است.

برای اعتبارسنجی روش حل عددی و اطمینان از صحت عملکرد کد کامپیوتری، انتقال گرما در فیلم تقطیر آرام سیال خالص ($\phi = 0$) در اعداد پراتنل ۱ و ۰/۰۰۸ روی یک استوانه افقی محاسبه شده و با نتایج اسپارو [۱۶] در شکل ۳ مقایسه شده است. در این شکل تغییرات گرادیان دمای بدون بعد (رابطه ۳۴) با عدد بدون بعد ژاکوب رسم شده است. مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج دو مطالعه وجود دارد. دیده می‌شود که با افزایش عدد ژاکوب برای اعداد پراتنل بزرگ، گرادیان دمای بدون بعد افزایش می‌یابد، اما برای اعداد پراتنل کوچک، این پارامتر با افزایش عدد ژاکوب کاهش یافته است. این رفتار به دلیل آن است که بر اساس تعریف عدد پراتنل، پخشندگی گرمایی در اعداد پراتنل کوچک، بزرگتر از پخش مومنتوم است و رسانش گرمایی نقش بیشتری را در تبادل گرما دارد. در این شکل همچنین می‌توان دید که در اعداد جاکوب پایین، به ازای همه مقادیر عدد پراتنل، نتایج به سمت تئوری نوسلت میل می‌کند.

با توجه به فقدان مطالعه‌ای بر روی پدیده تقطیر نانوسیال روی سطوح منحنی در مطالعات گذشته، در شکل ۴ پروفیل سرعت بدون بعد لایه تقطیر روی یک صفحه تخت عمودی، با حل عددی آورانکو و همکارانش [۱۰] مقایسه شده است. این نتایج برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم و به ازای سه کسر حجمی مختلف ارائه شده است. در این مورد نیز تطابق بسیار مطلوبی بین نتایج دو مطالعه مشاهده می‌شود که موید صحت روابط استفاده شده برای خواص موثر نانوسیال نیز هست. دیده می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، گرادیان‌های سرعت شدت یافته و در لبه لایه تقطیر نیز سرعت و در نتیجه رشد ضخامت لایه مرزی هیدرو دینامیکی افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش کسر حجمی نانو ذره، چگالی نانوسیال بیشتر می‌شود (رابطه ۲۳) و در حضور میدان گرانش، این افزایش چگالی سبب افزایش مومنتوم و در نتیجه افزایش سرعت می‌گردد. البته با افزایش کسر حجمی نانو ذره، لزجت نانوسیال افزایش اندکی پیدا می‌کند؛ لذا مقاومت چندانانی در برابر گرادیان‌های سرعت ایجاد نخواهد شد.

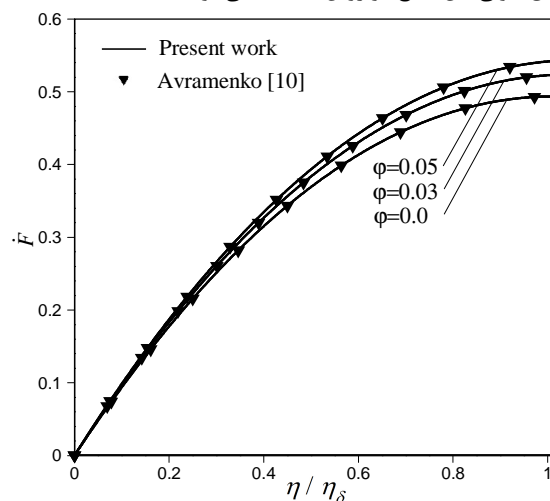
در شکل ۵ گرادیان دمای بی بعد بر حسب عدد جاکوب به ازای فواصل مختلفی از نقطه سکون بالایی و کسر حجمی‌های مختلف نانو ذره‌ی اکسید تیتانیوم نشان داده شده است. شکل ۵ نشان می‌دهد که در هر عدد جاکوب، با افزایش فاصله از نقطه سکون بالایی، گرادیان دما کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش زاویه سطح، ضخامت گرمایی و هیدرو دینامیکی لایه مرزی، هر دو افزایش می‌یابند یعنی هر چه به سمت پایین استوانه حرکت کنیم، آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابد تا در نهایت به سمت صفر میل می‌کند. در مقابل، با افزایش کسر حجمی نانو ذره، میزان انتقال گرما افزایش خواهد یافت. افزایش کسر حجمی نانو ذره باعث می‌شود که چگالی نانوسیال افزایش چشمگیری داشته باشد؛ اما در عین حال تغییر قابل توجهی در لزجت سیال به وجود نمی‌آورد. همین امر سبب می‌شود که تحت اثر میدان گرانش، با افزایش کسر حجمی نانو ذره، سرعت جریان نیز افزایش یابد و به افزایش انتقال گرمای جابجایی (عدد نوسلت) کمک کند. دیده می‌شود که خطوط در اعداد جاکوب بالا، شیب خیلی کمی دارند؛ چرا که لایه تقطیر با افزایش عدد جاکوب، به تعادل گرمایی با فاز بخار نزدیک‌تر می‌شود و از این رو گرادیان دما کاهش یافته و تغییر عدد نوسلت ناچیز می‌گردد. همچنین دیده می‌شود که با فاصله گرفتن از نقطه سکون بالایی خطوط زاویه-

ثابت فاصله کمتری از یکدیگر پیدا می‌کنند؛ یعنی تاثیر افزایش کسر حجمی نانو ذره با افزایش زاویه‌ی سطح، کمتر می‌شود. در واقع با دور شدن از نقطه‌ی سکون بالایی، ضخامت لایه مرزی افزایش یافته و اثر عبارت‌های جابجایی در معادلات کاهش می‌یابد. با افزودن به کسر حجمی نانو ذرات، اثر هدایت گرمایی بیشتر می‌شود و از این رو با افزایش زاویه روی سطح، گرادیان دما در سطح و در نتیجه انتقال گرما در آن با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد. در این شکل می‌توان دید که انتقال گرما از استوانه، تا زاویه ۱۶۰ درجه به آرامی کم شده و پس از آن با شیب تندی کاهش می‌یابد. دلیل آن این است که با افزایش زاویه سطح، اثر گرانش و به تبع آن اثر عبارت‌های جابجایی تا زاویه ۹۰ درجه افزایش می‌یابد. می‌توان گفت که جملات جابجایی تا زاویه ۱۶۰ درجه نقش تعیین‌کننده‌ای در انتقال گرما خواهند داشت.



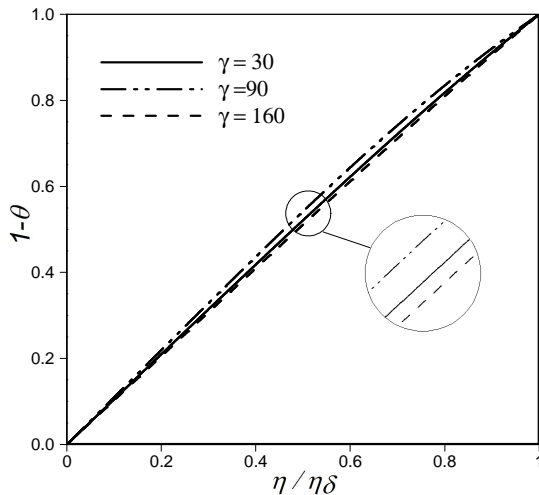
شکل ۳- تغییرات عدد نوسلت متوسط با عدد جاکوب به ازای دو عدد پراتنل مختلف در تقطیر سیال خالص روی یک استوانه افقی: مقایسه‌ای بین مطالعه حاضر و حل تشابهی اسپارو [۱۶]

تطابق خوبی بین نتایج دو روش مشاهده می‌شود.



شکل ۴- پروفیل سرعت بدون بعد فیلم تقطیر در کسر حجمی‌های مختلف برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم: مقایسه‌ای با حل عددی آورانکو [۱۰]

نتیجه تئوری نوسلت نیز روی این شکل قابل مشاهده است. در شکل ۷ گرادیان دما برحسب ضخامت لایه مرزی به ازای زوایای مختلف روی سطح استوانه رسم شده است. ملاحظه می‌شود که در زاویه ۹۰ درجه، گرادیان دما دارای بیشترین انحراف از حالت خطی است؛ این بدین معنی است که در این زاویه، اثر جملات همرفت حداکثر است. در بیشتر از ۱۶۰ درجه، میزان تاثیر جملات همرفت به حداقل می‌رسد و انتقال گرمای رسانشی نقش غالب را خواهد داشت.



شکل ۷- گرادیان دمای بدون بعد برحسب ضخامت بدون بعد لایه تقطیر به ازای زوایای مختلف سطح استوانه. در زاویه ۹۰ درجه، میزان انتقال گرما به روش همرفت حداکثر است.

پارامتر دیگر جالب توجه برای سطوح انحنادار، انحنای سطح است که به صورت $\lambda = 1/r$ تعریف می‌شود (r : شعاع استوانه). واضح است که با کاهش انحنای سطح، هندسه به صفحه تخت میل می‌کند. انتظار می‌رود که با افزایش انحنای سطح، (یعنی در استوانه‌هایی با شعاع کوچکتر) میزان انتقال گرما کاهش یابد، چرا که اثر میدان گرانش بر سطح کمتری وارد شده و جملات اینرسی فرصت کمتری برای تبادل گرما خواهند یافت.

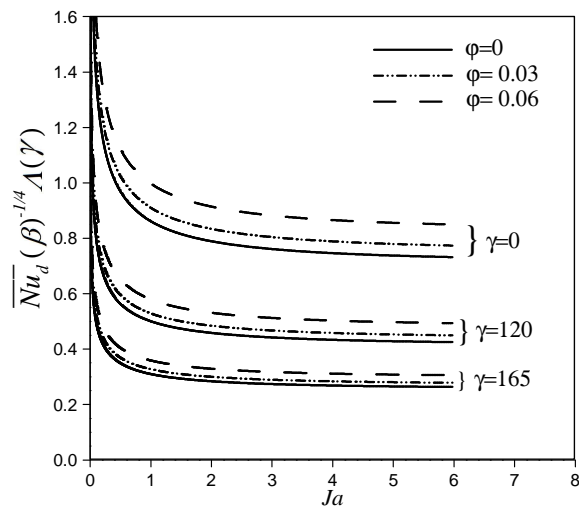
در اثبات ریاضی این ادعا، اگر فرض شود عدد نوسلت تقطیر روی یک صفحه تخت و یک استوانه با هم برابر باشند، خواهیم داشت:

$$\frac{\overline{Nu}_L}{0.943} \left[\frac{g \rho_{nf} h_{fg} L^3}{\lambda_{nf} \nu_{nf} (T_{sat} - T_w)} \right]^{-\frac{1}{4}} = \frac{\overline{Nu}_d}{0.733} \left[\frac{g \rho_{nf} h_{fg} d^3}{\lambda_{nf} \nu_{nf} (T_{sat} - T_w)} \right]^{-\frac{1}{4}} \quad (37)$$

در این رابطه، عدد نوسلت روی صفحه تخت و L طول صفحه است. با حل این معادله، ارتباط بین طول مشخصه‌ها به صورت $L = 2.78d$ خواهد شد. یعنی تبادل گرما روی سطح یک استوانه، متناظر در روی صفحه‌ای با سطح کوچکتری انجام خواهد گرفت. این نتایج به صورت نمودار در شکل ۸ برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم قابل مشاهده است. در این شکل می‌توان دید که با کاهش شعاع انحنای (افزایش قطر و در نتیجه نزدیک شدن به هندسه صفحه تخت)، عدد نوسلت افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که در شعاع‌های بزرگ، خطوط به هم نزدیک‌ترند؛ زیرا در انحنای بزرگ (استوانه‌هایی با شعاع کوچک)، جملات اینرسی فرصت کمتری برای تبادل گرما خواهند داشت

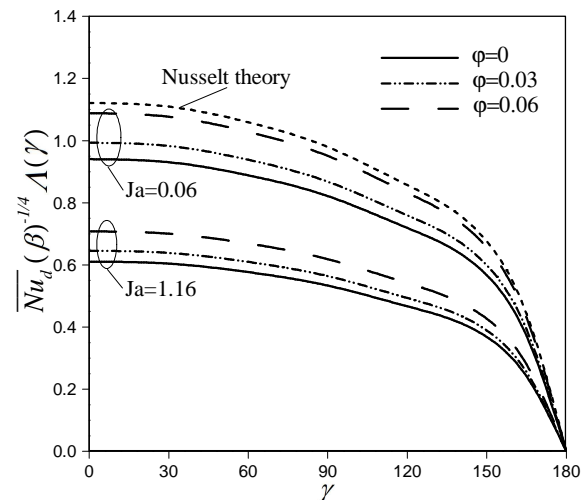
رشد ضخامت لایه مرزی با افزایش کسرجمی نانوذره در این شکل مشهود است.

عدد نوسلت برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم برحسب تغییر زاویه روی سطح استوانه، به ازای دو عدد جاکوب و در کسرجمی‌های مختلف در شکل ۶ رسم شده است. با رجوع به معادله مومنتوم (معادله ۲)، می‌توان دید که در زاویه ۹۰ درجه، جمله چشمه مقدار بیشینه دارد. می‌توان گفت که با افزایش فاصله از نقطه سکون بالایی، ضخامت لایه مرزی افزایش و در نتیجه میزان انتقال گرما کاهش می‌یابد. سپس در زوایای بیشتر از ۹۰ درجه، به علت کاهش اثر گرانش، از سرعت جریان و در نتیجه از اثر عبارتهای همرفت کاسته می‌شود. اثر این دو پارامتر در زاویه ۱۶۰ درجه، قابل توجه شده و میزان انتقال گرما را در این زاویه به شدت کاهش می‌دهند.



شکل ۵- گرادیان دمای بدون بعد برحسب عدد جاکوب

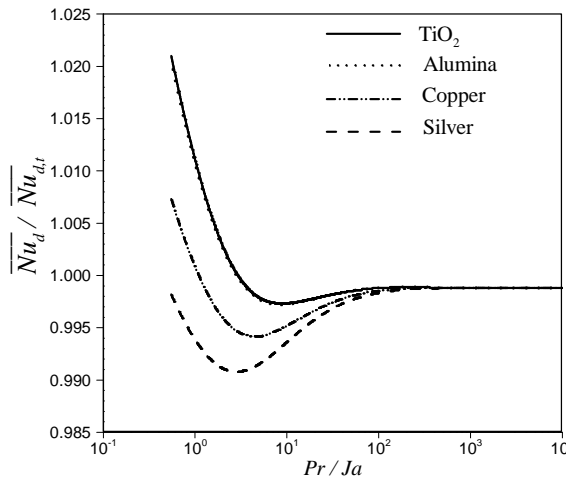
برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در زوایای مختلف سطح استوانه و به ازای کسرجمی‌های مختلف نانوذرات. با افزایش فاصله از نقطه سکون بالایی از میزان انتقال گرمای همرفت کاسته می‌شود.



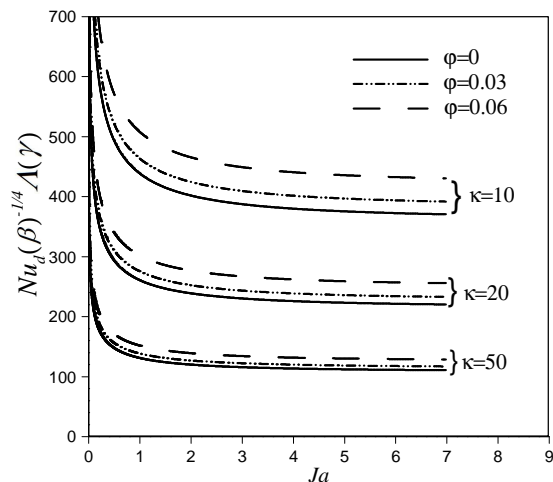
شکل ۶- تغییرات پیرامونی گرادیان دمای بدون بعد با تغییر زاویه روی سطح برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در دو عدد جاکوب مختلف و به ازای کسرجمی‌های مختلف

و در نتیجه عدد نوسلت حساسیت کمتری نسبت به شعاع انحنای نشان خواهد داد. همچنین در بخش‌هایی که جملات اینرسی در معادله نقش کمتری دارند (مانند نقطه سکون پایینی)، تاثیر افزایش کسرحجمی بر انتقال گرما نیز کاهش می‌یابد. بنابراین در استوانه‌های با قطر کوچک، جملات اینرسی نقش کمی داشته و خطوط با کسرحجمی‌های مختلف، به هم نزدیک‌تر هستند.

به نتایج به دست آمده در اینجا، در تحقیقات گذشته [۲۷ و ۲۸] نیز اشاره شده است.



شکل ۹- تغییرات نسبت عدد نوسلت محاسبه شده به عدد نوسلت تئوری برحسب پارامتر Pr/Ja برای نانوسیال‌های مختلف در کسرحجمی ۰/۰۶. در اعداد ژاکوب پایین، همه نتایج به سمت نوسلت تئوری میل می‌کنند.



شکل ۸- تغییر عدد نوسلت کلی نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم با عدد جاکوب در شعاع انحنای و کسرحجمی مختلف نانوذرات. با کاهش شعاع انحنای، عدد نوسلت کلی افزایش یافته است.

در شکل ۱۰ نسبت عدد نوسلت جریان نانوسیال به نوسلت جریان در سیال خالص ($\overline{Nu}_{\phi=0}$) روی استوانه برحسب تغییر در کسرحجمی نانوذرات برای نانوذرات مختلف رسم شده است. مشاهده می‌شود که برای دو نانوذره اکسید- تیتانیوم و آلومینا، با افزایش کسرحجمی، عدد نوسلت تقریباً با یک روند خطی افزایش می‌یابد؛ ولی برای نانوذرات مس و نقره، این نسبت با شیب کمی کاهش یافته است. این تفاوت رفتار بین نانوسیال‌های مختلف به دلیل خواص گرمایی و چگالی بسیار متفاوت آنهاست. با استفاده از نانوذرات اکسید تیتانیوم و آلومینا، افزایش در چگالی نانوسیال بیشتر از بهبود در خواص گرمایی آن خواهد بود و لزجت آن نیز تغییر چندانی نخواهد کرد. این سبب می‌شود که در جریان لایه تقطیر، انتقال گرمایی همرفت (بر اثر انتقال مومنتم) خیلی بیشتر از انتقال گرمایی رسانشی (ناشی از پخش مولکولی) شود و لذا بر اساس معادله ۳۴، با افزایش کسرحجمی نانوذرات اکسید تیتانیوم و آلومینا، بر عدد نوسلت جریان افزوده می‌شود. در مقابل، برای دو نانوذره مس و نقره با توجه به رسانایی گرمایی بالای آنها، تاثیر ضریب پخش گرمایی مولکولی بسیار بیش از افزایش چگالی نانوسیال است و در نتیجه در لایه تقطیر، بیشترین انتقال گرما در سطح مولکولی رخ می‌دهد و از این رو عدد نوسلت برحسب کسرحجمی نانوذرات، متحمل شیب منفی است.

در شکل ۹ نسبت عدد نوسلت متوسط روی استوانه به عدد نوسلت تئوری برحسب Pr/Ja در حضور چهار نوع نانوذره مختلف در آب خالص رسم شده است. عدد نوسلت تئوری ارائه شده توسط راسنو [۲۵]، با اعمال اصلاحاتی بر تئوری نوسلت [۲] به دست آمده است. مشاهده می‌شود که در اعداد جاکوب پایین، میزان انتقال گرمایی تغییر فاز غالب بوده و می‌توان از اثر سایر پارامترها در انتقال گرما صرف نظر کرد. بنابراین برای همه انواع نانوسیال، نتایج با کاهش عدد جاکوب به سمت تئوری نوسلت میل می‌کند. همچنین می‌توان دید که با استفاده از نانوذرات مس و نقره، نسبت عدد نوسلت، همواره دارای مقدار کوچکتر از نانوذرات آلومینا و اکسید تیتانیوم است. چرا که با اضافه کردن نانوذره به سیال، لزجت و رسانایی گرمایی سیال تغییر می‌کند. میزان این تغییر با نوع نانوذره متفاوت خواهد بود. در مورد نانوذرات آلومینا و اکسید تیتانیوم، تغییر چندانی در رسانایی گرمایی نانوسیال ایجاد نخواهد شد، اما چگالی نانوسیال افزایش قابل توجهی خواهد یافت (جدول ۲). همین امر سبب می‌شود که جملات اینرسی نقش مهمی در تبادل گرما ایفا کنند و با استفاده از این دو نوع نانوذره، نسبت انتقال گرمایی جابجایی به رسانش و در نتیجه عدد نوسلت افزایش یابد.

در خصوص نانوذرات مس و نقره، با توجه به بالا بودن رسانایی گرمایی آنها (در حدود ۱۰ برابر آلومینا و ۵۰ برابر اکسید تیتانیوم)، جملات پخش گرمایی در نانوسیال، اثر بیشتری نسبت به جملات اینرسی دارند و در نتیجه میزان نسبت انتقال گرمایی جابجایی به رسانش در آنها کمتر است. این رفتار برای نانوسیال آب- نقره شدت بیشتری دارد. در واقع با افزایش رسانش گرمایی، لایه مرزی گرمایی رشد بیشتری داشته و در نتیجه شیب گرادیان دما روی سطح کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که

۹- فهرست علائم

d و c, b, a	ضرایب ثابت
Cp	گرمای ویژه ($J/kg.K$)
F	تابع جریان بدون بعد
g	شتاب گرانش (m/s^2)
h	ضریب انتقال گرمای همرفت ($W/m^2.K$)
h_{fg}	انتالپی تغییر فاز ($J/kg.K$)
Ja	عدد جاکوب
k	رسانایی گرمایی ($W/m.K$)
Nu	عدد نوسلت
Pr	عدد پرانتل
T	دما (K)
u و v	سرعت در راستای x و y (m/s)
x و y	مختصات هندسی مماسی و عمودی

علائم یونانی

α	پخشندگی گرمایی (m^2/s)
β	ضریب ثابت
γ	زاویه روی سطح استوانه
δ	ضخامت لایه تقطیر (m)
η	پارامتر تشابهی طولی
θ	دمای بدون بعد
κ	انحنای سطح
Ω و Λ	توابع انحنای سطح
μ	لزجت دینامیکی ($kg/m.s$)
ρ	چگالی (kg/m^3)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2/s)
φ	کسر حجمی نانوذرات
ψ	تابع جریان (m^2/s)
λ	شعاع انحنای سطح ($1/m$)

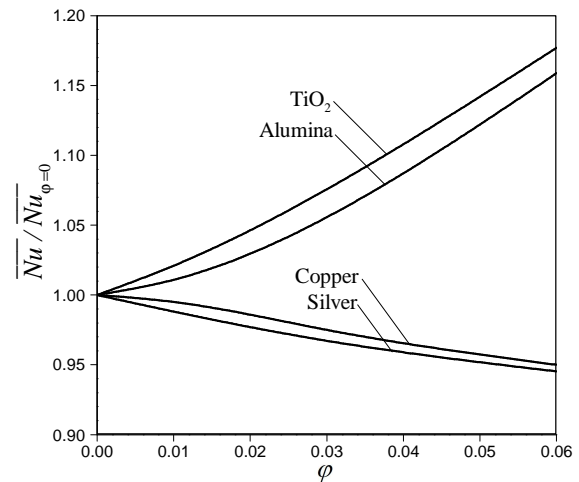
زیر نویس ها

bf	سیال پایه
d	قطر استوانه
L	طول صفحه
nf	نانوسیال
p	نانوذره
sat	اشباع
t	تئوری نوسلت
v	بخار
w	دیوار

بالانویس ها

-	متوسط
j	شمارنده تصحیح شرط مرزی
n	شمارنده تصحیح روش اویلر

۱۰- مراجع



شکل ۱۰- نسبت عدد نوسلت نانوسیال به سیال خالص برحسب کسر حجمی نانوذرات برای نانوسیال های مختلف. برای نانوذرات آلومینا و اکسید تیتانیوم شیب تغییرات در این نمودار مثبت و برای نانوذرات مس و نقره، این شیب منفی است.

۸- نتیجه گیری

در مقاله حاضر، جریان آرام تقطیر لایه‌ای نانوسیال روی یک استوانه افقی با استفاده از حل تشابهی معادلات و به صورت عددی مطالعه شده و اثرات تغییر در عدد جاکوب، فاصله از نقطه سکون بالایی و به کارگیری نانوسیال‌هایی با کسر حجمی‌های مختلف بر پروفیل‌های سرعت و دما و عدد نوسلت مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج همچنین در موارد مشابه، با مطالعات عددی گذشته برای سیال خالص و عدد نوسلت تئوری مقایسه شده‌اند. به‌طور کلی نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

- اثر عبارت‌های جابجایی در لایه تقطیر با فاصله گرفتن از نقطه سکون بالایی تا زاویه ۹۰ درجه، افزایش یافته و سپس تا نقطه سکون پایینی کاهش می‌یابد. به بیان دیگر، در زاویه ۹۰ درجه بیشترین انتقال گرما از طریق همرفت انجام می‌پذیرد.
- در زوایای بیشتر از ۱۶۰ درجه تا نقطه‌ی سکون پایینی، اثر جملات همرفت کاهش یافته و مقابل بر انتقال گرمای رسانش افزوده می‌گردد.
- کاهش انتقال گرما تا زاویه ۱۶۰ درجه به طور پیوسته با شیب کمی صورت می‌گیرد و پس از آن با شدت بیشتری کاهش خواهد یافت.
- در صورت استفاده از نانوذرات آلومینا و اکسید تیتانیوم، ضریب انتقال گرمای جابجایی (عدد نوسلت) در لایه تقطیر افزایش می‌یابد، ولی در مورد دو نانوذره مس و نقره، با توجه به رسانایی گرمایی بالای آنها، انتقال گرمای رسانش در لایه‌ی تقطیر غالب بوده و عدد نوسلت کاهش پیدا می‌کند.
- در همه موارد، تئوری نوسلت در اعداد جاکوب پایین جواب صحیحی ارائه می‌دهد و با افزایش عدد جاکوب، پیش‌بینی این تئوری نادرست می‌شود.
- با توجه به ماهیت پدیده تقطیر و اهمیت افزایش انتقال گرمای جابجایی در این پدیده، رفتار نانوذرات اکسید تیتانیوم و آلومینا نشان می‌دهد که استفاده از این دو نانوذره به منظور افزایش انتقال گرما در تقطیر لایه‌ای روی استوانه‌ها مناسب‌تر است؛ چنانکه در بسیاری از موارد برای بهبود عملکرد گرمایی در انتقال گرما همرفت، از این نانوذرات استفاده می‌شود [۱۹].

- convection flows, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.26, pp.530–546, 2005.
- [21] Nguyen C.T., Desgranges F., Roy G., Galanis N., Mar´e T., Boucher S., Mints H.A., Temperature and particle-size dependent viscosity data for waterbased nanofluids–hysteresis phenomenon, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.1492–1506, 2008.
- [22] Asirvatham L. G., Nimmagadda R., Wongwises S., Heat transfer performance of screen mesh wick heat pipes using silver-water nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol.60, pp.201-209, 2013.
- [23] Hamilton R.L., Crosser O.K., Thermal conductivity of heterogeneous twocomponent systems, *I&EC Fundam*, Vol.1, pp.182–191, 1962.
- [34] Bruggeman D.A.G., Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen I. Dielektrizitatskonstanten und leitfahigkeiten der mischkorperaus isotropen substanzen, *Ann. Phys., Leipzig*, Vol.24, pp.636- 679, 1935.
- [25] Rohsenow W.M., Heat transfer and temperature distribution in laminar-film condensation, *TRANS, ASME*, Vol.78, pp.541-569, 1916.
- [26] Esfahani J. A., Ziaei-Rad M., Analysis of laminar Film Condensation on Vertical Plate, *Journal of Aerospace Science and Technology*, Vol.2, No.2, pp.37-42, 2005.
- [27] Sheikholeslami M. and Ganji D. D., Heated Permeable Stretching Surface in a Porous Medium Using Nanofluids, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol.7, No.3, pp.535-542, 2014.
- [28] Sheikholeslami M., Ashorynejad H. R., Domairry G., and Hashim I., Flow and Heat Transfer of Cu-Water Nanofluid between a Stretching Sheet and a Porous Surface in a Rotating System, *Journal of Applied Mathematics*, Vol.2012, Article ID 421320, 18 pages, 2012.
- [1] P.Incropera F., De Witt D.P .., *Introduction to Heat Transfer*, 5th. Edition, pp.603-608, New York, Wiley, 2007.
- [2] Nusselt W., Die Oberflächen kondensation des wasserdampfes, *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, Vol.60, pp.1645-1648, 1916.
- [3] Sparrow E. M. and Gregg J. L., A boundary-Layer treatment of laminar film condensation, *J Heat Transfer*, Vol.81, pp.13-18, 1959.
- [4] Choi S. S., Nanofluid technology: current status and future research, *Argonne National Lab., IL (US)*, No. ANL/ET/CP-97466, 1998.
- [5] Xuan Y., Roetzel W., Conceptions for Heat Transfer Correlation of Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.43, pp. 3701-3707, 2000.
- [6] Humnic G., Humnic A., Heat transfer characteristics of a two-phase closed thermosyphon using nanofluids, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.35, No. 3, pp.550-557, 2011.
- [7] Liu, Zhen-Hua, Yuan-Yang Li, and Ran Bao, Thermal performance of inclined grooved heat pipes using nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.49, No.9, pp.1680-1687, 2010.
- [8] Humnic G., Humnic A., Numerical study on heat transfer characteristics of thermosyphon heat pipes using nanofluids, *Energy Conversion and Management*, Vol.76, pp. 393-399, 2013.
- [9] Avramenko A.A., Shevchuk I. V., Tyrinov A.I., Blinov D.G., Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over at surface, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.84, pp.316–324, 2015.
- [10] Avramenko A.A., Shevchuk I. V., Tyrinov A.I., Blinov D.G., Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate, *Applied Thermal Engineering*. Vol.73, No.1, pp.391-398, 2014.
- [۱۱] ضیائی راد مسعود، امانی فرزانه، بررسی افزایش انتقال گرما از فیلم آرام تقطیر روی سطح قائم با تزریق نانوذرات مختلف، بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه امیر کبیر، سال ۱۳۹۴.
- [۱۲] ضیائی راد مسعود، امانی فرزانه، مطالعه عددی انتقال گرما در فیلم تقطیر نانوسیال روی یک صفحه مایل، مهندسی مکانیک مدرس، جلد ۱۵، شماره ۸، صفحه ۲۳۹، سال ۱۳۹۴.
- [۱۳] ضیائی راد مسعود، کسائی پور عباس، مطالعه عددی حل تشابهی جریان لایه مرزی همرفت ترکیبی برای نانوسیال آب-مس از روی یک صفحه افقی، مهندسی مکانیک مدرس، جلد ۱۴، شماره ۱۴، صفحه ۱۹۰، سال ۱۳۹۴.
- [14] Akhavan-Zanjani H., Saffar-Avval M., Mansourkiaei M., Sharif F., Ahadi M., Experimental investigation of laminar forced convective heat transfer of Graphene-water nanofluid inside a circular tube, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.100, pp.316-323, 2016.
- [15] Naphon P., Experimental investigation the nanofluids heat transfer characteristics in horizontal spirally coiled tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.93, pp.293-300, 2016.
- [16] Sparrow E. M., Condensation heat transfer on a horizontal cylinder, *NASA, Lewis Research Center, Cleveland, Ohio*, 1959.
- [17] Herman R., Heat Transfer by Free Convection from Horizontal Cylinders in Diatomic Gases, *NACA TM 1366*, 1954.
- [18] Abu-Nada, Masoud. and Hizaji A., Natural convection heat transfer Enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. *International Comm. Heat Mass Transfer*. Vol.35, pp.657-665, 2008.
- [19] Khanafer K., Vafai K., A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol.54, pp.4410–4428, 2011.
- [20] Maiga S., Palm S.J., Nguyen C.T., Roy G., Galanis N., Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced