

تحلیل فلاتر مدل سه بعدی بال هواپیما و سطح کنترلی نصب شده در طول آن

عباس مزیدی*

بهزاد میرجلیلی

سیداحمد فاضل زاده حقیقی

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده

در این مقاله فلاتر بال هواپیما با سطح کنترلی بررسی شده است. بال به صورت یک تیر انعطاف پذیر یکسرگیردار در نظر گرفته شده و سطح کنترلی نیز به صورت یک تیر صلب با طول محدود فرض شده که بوسیله دو فنر پیچشی در ابتدا و انتهای آن به بال متصل شده است. برای به دست آوردن معادله حرکت بال و سطح کنترلی از اصل هامیلتون استفاده شده است. به منظور مشخص نمودن موقعیت سطح کنترلی در طول بال از تابع هویساید استفاده شده است. مدل سیال نیز به صورت مدل ناپایای تئودورسون در نظر گرفته شده است. معادلات حرکت سیستم که به صورت معادلات دیفرانسیل پاره ای می باشند با استفاده از روش مودهای فرضی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده اند. نهایتاً برای تحلیل پایداری سیستم و استخراج مرزهای فلاتر از تحلیل مقادیر ویژه استفاده شده است و تاثیر پارامترهای طراحی مختلف بر رفتار آیروداستیک سیستم ارایه شده است. نتایج نشان می دهد که افزایش طول سطح کنترلی و همچنین افزایش فاصله محل نصب آن از ریشه بال سبب کاهش سرعت فلاتر می گردد. همچنین افزایش سختی پیچشی فنرهای اتصال دهنده سطح کنترلی به بال باعث افزایش سرعت فلاتر می شود.

واژه‌های کلیدی: بال هواپیما، سطح کنترلی، اصل هامیلتون، فلاتر.

Flutter Analysis of 3D Aircraft Wing Model with a Mounting Control Surface

A. Mazidi

B. Mirjalili

S. A. Fazl-zadeh Haghighi

Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Abstract

In this paper, flutter of an aircraft wing with a control surface is considered. The wing is modeled as an elastic cantilever beam and the control surface is assumed to be a rigid beam with limited length which is connected to the aircraft wing by two torsional springs. Hamilton's principle is used to obtain the equations of motion and boundary conditions of the wing and the control surface. To precisely consider the spanwise location of the control surface in the system governing equations the Heaviside function is used. Also, Theodorsen unsteady model is used to simulate the aerodynamic lift and moment. The resulting partial differential equations are transformed into a set of ordinary differential equations through the assume mode method. Then eigenvalue analysis is employed to determine the system stability boundaries and effects of different design parameters on the system aeroelastic behavior are studied. Numerical results show that increasing the length of the control surface and its distance from the wing root decreases the flutter speed. Furthermore, increasing the torsional stiffness of springs connecting the wing to the control surface increases the flutter velocity.

Keywords: Aircraft wing, Control surface, Hamilton's Principle, Flutter.

۱- مقدمه

الاستیک و نیروهای اینرسی ایجاد شده و میتواند باعث گسیختگی ناگهانی سازه بال هواپیما شود.

یکی از اولین تحقیقات در زمینه آیروداستیسیت بال، مقاله‌ای از گلد^۱ است که مبتنی بر تعیین سرعت فلاتر بال یکسرگیردار می باشد. او سرعت فلاتر را با انتگرال گیری از معادلات دیفرانسیل حرکت بال تعیین کرد [۱]. راین^۲ و واتکینز^۳ فلاتر بال یکسرگیردار و ساده را به صورت تحلیل معادلات دیفرانسیل به دست آورده و نتایج خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند [۲]. کومو^۴ پایداری خمشی-

تحلیل آیروداستیسیت بال هواپیما به علت نیروهای آیرودینامیک شدیدی که به آن وارد می شوند بسیار حائز اهمیت است. نصب سیستم ها و اجزای گوناگونی نظیر تانکرهای سوخت، موتورها، سطوح کنترلی و انواع فلپ ها بر روی بال از آن یک سازه حساس و پیچیده ساخته است. در کنار این موارد، نیاز به کاهش وزن در هواپیماهای امروزی منجر به استفاده از مواد سبک تر و در نتیجه افزایش انعطاف پذیری سازه بال شده که باعث پرنگ شدن اثرات آیروداستیک بر پایداری بال هواپیما شده است. یکی از خطرناکترین ناپایداری های آیروداستیک دینامیکی که در طراحی و تحلیل بال هواپیما، مورد بررسی قرار میگیرد، فلاتر میباشد این پدیده از بر همکنش نیروهای آیرودینامیکی، نیروهای

¹ Goland

² Runyan

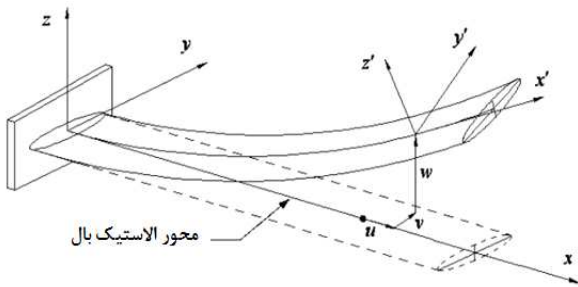
³ Watkins

⁴ Como

یک تیر صلب با طول محدود در نظر گرفته شده است که توسط دو فنر پیچشی در دو طرف، بطور الاستیک به بال متصل شده است. پس از مدل‌سازی سیستم اثرات پارامترهای مختلف نظیر محل نصب سطح کنترلی، طول آن و سختی فنرهای اتصال بر سرعت فلاتر بال هوایما مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- شرح مساله

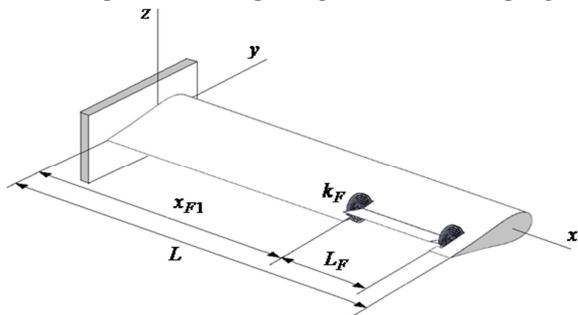
بال به صورت تیر یک تیر یکسرگیردار مطابق شکل ۱ در نظر گرفته شده است. دستگاه مختصات x, y, z دستگاه متصل به بال بوده که منطبق بر ریشه بال می باشد و محور x آن در امتداد بال است. دستگاه مختصات x', y', z' دستگاه متصل به بال بعد از تغییر شکل می باشد.



شکل ۱- بال هوایما قبل و بعد از تغییر شکل

تغییر شکل‌های تیر توسط جابجایی‌های الاستیک u, v, w به ترتیب، موازی با بردارهای یکه k, j, z در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند. به عبارت دیگر یک نقطه از محور الاستیک تیر که قبل از تغییر شکل در مختصات $(x, 0, 0)$ قرار گرفته است بعد از تغییر شکل به مختصات $(x+u, v, w)$ انتقال می‌یابد. همچنین زاویه پیچش سطح مقطع حول محور x' به اندازه φ می‌باشد.

سطح کنترلی توسط دو فنر پیچشی مطابق شکل ۲ به بال متصل شده است و دارای یک درجه آزادی θ می‌باشد. همچنین شکل ۳ مقطع یکی از فنرهای اتصال سطح کنترلی به بال را نشان می‌دهد.



شکل ۲- نحوه اتصال سطح کنترلی به بال

ارتباط بین بردارهای یکه دو دستگاه مختصات منطبق بر بال بعد از تغییر شکل و قبل از تغییر شکل به صورت زیر می باشد [۱۶].

$$\mathbf{i}' = \left(1 - \frac{1}{2}w'^2\right)\mathbf{i} + w'\mathbf{k} \quad (1)$$

پیچشی تیر یکسرگیردار که انتهای آن تحت نیروی متمرکز جانبی قرار دارد را بررسی کرد [۳]. پاسخ دینامیکی تیرهای یکسرگیردار که جرم‌های خارجی به آن متصل شده و تحت تحریکات خارجی وابسته به زمان قرار گرفته اند، توسط na^1 و لیبرسکیو^۲، مورد بررسی قرار گرفت [۴]. هاجز^۳ و همکارانش تأثیرات نیروی پیشرانش را بر روی مرز ناپایداری آیروالاستیک نشان دادند و همچنین فرکانس ارتعاشات بال‌های یکسرگیردار را محاسبه کردند. آنها در تحلیل خود بر روی بال جرم متمرکزی در نظر نگرفتند [۵،۶]. مدل دو بعدی بال و فلپ و همچنین ارتعاشات آزاد و پاسخ دینامیکی بال‌های هوایما به نیروهای خارجی وابسته به زمان، توسط لیبرسکیو و همکارانش مورد مطالعه قرار گرفت [۷،۸]. علاوه بر این، لیبرسکیو و همکاران، پاسخ آیرودینامیکی و کنترل مربوط به بال‌های در معرض تندباد و بارهای ضربه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. آنها بال را به عنوان یک تیر جدار نازک ناهمسانگرد مدل‌سازی کردند و اثراتی مانند نیروهای برشی، ناهمسانگردی مواد، اعوجاج تیر، نامتقارن بودن مقطع تیر و اینرسی دورانی را در آن در نظر گرفتند [۹]. مزیدی و فاضل زاده تأثیر زاویه عقبگرد بال بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [۱۰]. همچنین آنها فلاتر بک بال با زاویه عقبگرد و موتور متصل به آن تحت اثر سرعت زاویه ای را مورد بررسی قرار دادند [۱۱]. فیروز آبادی و همکاران به بررسی پایداری آیروالاستیک یک بال تحت جریان مادون صوت تحت اثر نیروی تراست موتور پرداختند. آنها بال را به عنوان یک تیر کامپوزیتی مدل کرده و نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی را با هم مقایسه کردند و مشاهده کردند که نتایج با دقت خوبی با یکدیگر همخوانی دارند [۱۲]. پاسخ آیروالاستیک یک بال هوایما و موتور متصل به آن توسط مزیدی و همکاران مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها موتور هوایما را تحت تأثیر نیروی تراست وابسته به زمان قرار دادند و اثرات توابع مختلف نیروی تراست را بر پاسخ آیروالاستیک سیستم مشاهده کردند [۱۳]. اثرات محل قرارگیری چند موتور بر روی مشخصات فلاتر بال پرنده توسط مردانپور و همکاران مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها چهار موتور یکسان را در موقعیت‌های مختلف طولی بال درحالی که مرکز جرم هوایما ثابت باشد قرار دادند. آن‌ها نتیجه گرفتند که قرار دادن چندین موتور، سرعت فلاتر را افزایش می‌دهد، بخصوص زمانی که موتورها در نیمه دوم بال قرار داشته باشند [۱۴]. پورشمسی و همکاران نیز فلاتر بال هوایما و جرم خارجی متصل به آن را مورد بررسی قرار دادند. آنها در محل اتصال جرم خارجی به بال، یک فنر و میراگر در نظر گرفتند و اثر پارامترهایی نظیر موقعیت و اندازه جرم خارجی و میزان سختی فنر اتصال را بر سرعت و فرکانس فلاتر بررسی کردند [۱۵].

همانطور که دیده شد، پژوهش‌های بسیار زیادی در زمینه فلاتر بال هوایما و اثرات وجود جرم‌های خارجی، سطوح کنترلی و نیروی پیشرانش موتور بر مرز ناپایداری سیستم انجام شده است. اما اغلب کارهای منتشر شده در زمینه تأثیر سطوح کنترلی بر مرزهای فلاتر بال هوایما مختص مقاطع بال بوده است. در این مقاله به منظور مدل‌سازی دقیق تر، بال هوایما به صورت یک تیر یکسرگیردار الاستیک سه بعدی در نظر گرفته شده است. همچنین سطح کنترلی نیز به صورت

¹ Na
² Librescu
³ Hodges

با جایگذاری روابط کرنش ها بر حسب جایجایی های تیر انعطاف پذیر [۱۶]، در رابطه (۶) و استفاده از روابط (۷) و همچنین خطی سازی سیستم در نهایت انرژی کرنشی بال به صورت زیر به دست می آید:

$$\delta U = \int_0^L (EI_{y'} w^{(4)} \delta w - GJ \varphi'' \delta \varphi) dx \quad (۸)$$

۳-۲- انرژی پتانسیل فنرهای سطح کنترلی

سطح کنترلی با دو فنر پیچشی در ابتدا و انتهای آن به بدنه بال متصل شده است. انرژی پتانسیل فنرهای سطح کنترلی به صورت زیر می باشد.

$$U_F = \frac{1}{2} k_F (\beta)_{x=x_{F1}}^2 + \frac{1}{2} k_F (\beta)_{x=x_{F2}}^2 \quad (۹)$$

که در این رابطه x_{F1} و x_{F2} به ترتیب موقعیت ابتدا و انتهای سطح کنترلی می باشد.

۳-۳- انرژی جنبشی بال

بردار موقعیت یک نقطه دلخواه روی بال پس از تغییر شکل به صورت زیر تعریف می شود [۱۰].

$$R_w = x_1 i + y_1 j + z_1 k \quad (۱۰)$$

که

$$\begin{aligned} x_1 &= x - w'(\eta(\sin\varphi) + \xi(\cos\varphi)) \\ y_1 &= \eta(\cos\varphi) - \xi(\sin\varphi) \\ z_1 &= w + \eta(\sin\varphi) + \xi(\cos\varphi) \end{aligned} \quad (۱۱)$$

که η و ξ مختصه های نقطه دلخواه در دستگاه مختصات $y'z'$ هستند. با مشتق گیری از این بردار می توان بردار سرعت یک نقطه دلخواه از بال را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= [-w'(\eta \sin\varphi + \xi \cos\varphi) \\ &\quad - w' \dot{\varphi} (\eta \cos\varphi - \xi \sin\varphi)] \mathbf{i} \\ &\quad + \dot{\varphi} [-\eta \sin\varphi - \xi \cos\varphi] \mathbf{j} \\ &\quad + \dot{\varphi} [w' + \eta \cos\varphi \\ &\quad - \xi \sin\varphi] \mathbf{k} \end{aligned} \quad (۱۲)$$

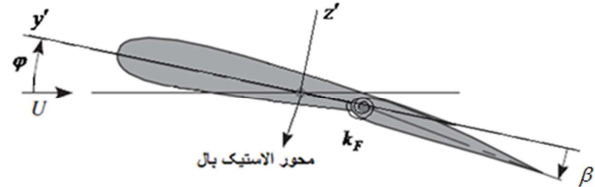
رابطه انرژی جنبشی بال نیز به صورت زیر است:

$$T_w = 1/2 \int_0^L \int_A \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} d\eta d\xi dx \quad (۱۳)$$

با جاگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۱۳) و تغییرات گیری و همچنین خطی سازی، رابطه زیر به دست می آید:

$$\mathbf{j}' = -w'(\sin\varphi) \mathbf{i} + (\cos\varphi) \mathbf{j} + \left(1 - \frac{1}{2} w'^2\right) (\sin\varphi) \mathbf{k} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}' &= -w'(\cos\varphi) \mathbf{i} - (\sin\varphi) \mathbf{j} + \left(1 - \frac{1}{2} w'^2\right) (\cos\varphi) \mathbf{k} \\ &= -(\sin\theta) \mathbf{j}' + (\cos\theta) \mathbf{k}' \end{aligned} \quad (۳)$$



شکل ۳- سطح مقطع بال و سطح کنترلی

در اینجا تنها دو درجه آزادی w و φ برای بال در نظر گرفته شده و از تغییر شکل های محوری u و عرضی v به علت ناچیز بودن آنها صرف نظر شده است.

۳- معادلات حرکت

به منظور استخراج معادلات حرکت بال و سطح کنترلی از اصل هامیلتون استفاده شده است که به صورت زیر بیان می شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(U - T) - \delta W] dt = 0 \quad (۴)$$

که در آن U انرژی کرنشی، T انرژی جنبشی و W کار نیروهای غیر پایستار می باشد. با به دست آوردن این سه مقدار و قرار دادن آنها در اصل هامیلتون می توان معادله حرکت سیستم را به دست آورد.

۳-۱- انرژی کرنشی بال

عبارت کلی برای انرژی کرنشی یک سیستم انعطاف پذیر را می توان به صورت زیر نوشت:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xy'} \varepsilon_{xy'} + \sigma_{xz'} \varepsilon_{xz'}) dy' dz' dx \quad (۵)$$

تغییرات رابطه فوق به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{xy'} \delta \varepsilon_{xy'} \\ &\quad + \sigma_{xz'} \delta \varepsilon_{xz'}) dy' dz' dx \end{aligned} \quad (۶)$$

حال مطابق قوانین هوک می توان تنش ها را نیز بر حسب کرنش ها نوشت.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E \varepsilon_{xx} \\ \sigma_{xy'} &= G \varepsilon_{xy'} \\ \sigma_{xz'} &= G \varepsilon_{xz'} \end{aligned} \quad (۷)$$

که در این رابطه ρ_F و A_F به ترتیب چگالی و مساحت سطح مقطع سطح کنترلی می باشند و تابع H تابع هویساید می باشد. ترکیب توابع هویساید به صورت فوق بمنظور بیان موقعیت سطح کنترلی بر روی بال استفاده شده است.

۳-۵- کار مجازی نیروی های خارجی

کار مجازی انجام شده بر روی بال در واقع کار انجام شده توسط نیروهای آیرودینامیک می باشد. کار مجازی این نیروها را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\delta W = \int_0^L (L \delta w + M \delta \phi + M_\beta \delta \beta) dx \quad (21)$$

در این رابطه M_β, M, L به ترتیب نیروی برای آیرودینامیکی بال، گشتاور آیرودینامیکی بال و گشتاور آیرودینامیکی سطح کنترلی می باشند. در این مقاله از مدل ناپایای تئودورسن برای مدلسازی سیال استفاده شده است [۱۷].

$$L = -\rho_\infty b^2 (\pi \ddot{h} + U_\infty \pi \dot{\phi} - \pi b a \ddot{\phi} - U_\infty T_4 \dot{\beta} - T_1 b \ddot{\beta}) - 2\pi \rho_\infty U_\infty b C(k) [\dot{h} + U_\infty \phi + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\phi} + \frac{1}{\pi} T_{10} U_\infty \beta + b \frac{1}{2\pi} T_{11} \dot{\beta}] \quad (22)$$

$$M = -\rho_\infty b^2 [\pi(\frac{1}{2} - a)U_\infty b \dot{\phi} + \pi b^2 (\frac{1}{8} + a^2) \ddot{\phi} + (T_4 - T_{10})U_\infty^2 \beta + (T_1 - T_8 - (c - a)T_4 + \frac{1}{2} T_{11})U_\infty b \dot{\beta} - (T_7 + (c - a)T_1)b^2 \ddot{\beta} - \dot{\phi} \pi b \dot{h}] + 2\pi \rho_\infty U_\infty b^2 (a + \frac{1}{2})C(k) [\dot{h} + U_\infty \phi + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\phi} + \frac{1}{\pi} T_{10} U_\infty \beta + b \frac{1}{2\pi} T_{11} \dot{\beta}] \quad (23)$$

$$M_\beta = -\rho_\infty b^2 [(-2T_9 - T_1 + T_4(a - \frac{1}{2}))U_\infty b \dot{\phi} + 2T_{13}b^2 \ddot{\phi} + \frac{1}{\pi} U_\infty^2 \beta (T_5 - T_4 T_{10}) - \frac{1}{2\pi} T_{11} T_4 U_\infty b \dot{\beta} - \frac{1}{\pi} T_3 b^2 \ddot{\beta} - T_1 b \dot{h}] - \rho_\infty U_\infty b^2 T_{12} C(k) [\dot{h} + U_\infty \phi + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\phi} + \frac{1}{\pi} T_{10} U_\infty \beta + b \frac{1}{2\pi} T_{11} \dot{\beta}] \quad (24)$$

۴- حل معادلات حرکت

با جایگذاری روابط انرژی جنبشی و کرنشی بال، انرژی جنبشی سطح کنترلی، انرژی پتانسیل فنرهای اتصال و کار مجازی نیروهای آیرودینامیکی در اصل هامیلتون می توان معادلات حرکت سیستم را که مشتمل بر سه معادله دیفرانسیل پاره ای به ازای مختصه های تعمیم

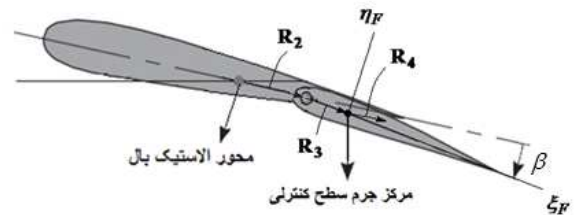
$$\begin{aligned} \delta T_w &= \int_0^L \iint_A \rho_w \mathbf{V} \cdot \delta \mathbf{V} d\eta d\xi dx \\ &= - \int_0^L \rho_w (-I_{y'} \dot{\phi} \delta - A e_A \ddot{w} \delta \phi - A e_A \dot{\phi} \delta w - I_{z'} \dot{\phi} \delta + I_{y'} \ddot{w}'' \delta w - A \dot{w} \delta w) dx \end{aligned} \quad (14)$$

۳-۴- انرژی جنبشی سطح کنترلی

بردار موقعیت یک نقطه دلخواه روی سطح کنترلی پس از تغییر شکل را می توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$R_F = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (15)$$

که در این رابطه R_1 بردار موقعیت نقطه ای بر روی محور الاستیک بال و در محدوده نصب سطح کنترلی می باشد. همچنین بردارهای R_2, R_3, R_4 در شکل ۴ مشخص شده اند. R_4 بردار موقعیت یک نقطه دلخواه از سطح کنترلی نسبت به دستگاه مختصات محلی $\xi_F \eta_F$ نصب شده بر روی مرکز جرم سطح کنترلی می باشد.



شکل ۴- بردار موقعیت یک نقطه دلخواه از سطح کنترلی

$$R_1 = x_i + w_k \quad (16)$$

$$R_2 = y_F j' + z_F k' \quad (17)$$

$$R_3 = \frac{b_F}{2} (\cos(\beta) j' - \sin(\beta) k') \quad (18)$$

$$R_4 = (\xi_f \cos(\beta) + \eta_f \sin(\beta)) j' + (\eta_f \cos(\beta) - \xi_f \sin(\beta)) k' \quad (19)$$

که در این روابط y_F و z_F فاصله محور لولای سطح کنترلی از محور الاستیک بال در امتداد محورهای y' و z' می باشد و ξ_f و η_f مختصات تقطه ای دلخواه بر روی سطح مقطع سطح کنترلی هستند. همچنین b_F عرض سطح کنترلی می باشد و فرض شده است که مرکز جرم سطح کنترلی در وسط عرض آن قرار دارد.

با تکرار روند قبلی با مشتق گیری از بردار موقعیت نسبت به زمان می توان بردار سرعت \mathbf{V}_F نقطه ای دلخواه از سطح کنترلی را به دست آورد و تغییرات انرژی جنبشی آن را به صورت زیر نوشت:

$$\delta T_F = \int_0^L \left(\iint_{A_F} \rho_F \mathbf{V}_F \cdot \delta \mathbf{V}_F d\eta_f d\xi_f \right) H(x - x_{F1}) H(x_{F2} - x) dx \quad (20)$$

۵- نتایج

در این بخش اثر پارامترهای مختلف طراحی سطح کنترلی نظیر موقعیت و طول آن و همچنین فنریت اتصال آن به بال بر رفتار آیروالاستیک بال و سطح کنترلی مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه‌سازی برای بالی با مشخصات ساختاری و هندسی مطابق جدول ۱ انجام شده است. همچنین زاویه حمله اولیه بال صفر در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- مشخصات ساختاری و هندسی بال و سطح کنترلی

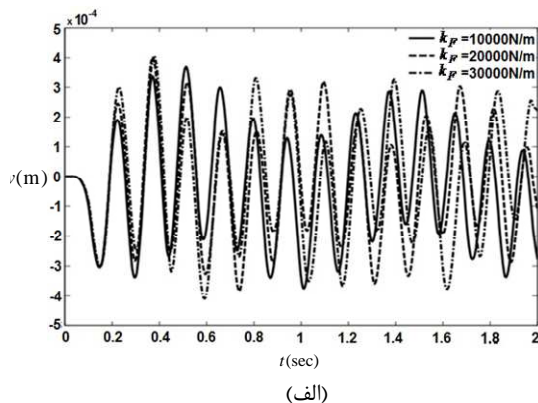
طول بال (L)	۶/۱(m)
سختی خمشی (EI)	۹۷۶۵۰۰(Nm ²)
سختی پیچشی (GJ)	۹۸۹۰۰۰(Nm ²)
جرم بر واحد طول بال (m)	۳۵/۶۹۵(kg/m)
نصف طول وتر بال (b)	۰/۹۱۵(m)
ضریب فنریت (k _F)	۳۰۰۰۰(N.m/rad)
محل نصب سطح کنترلی (x _{F1})	۲(m)
طول سطح کنترلی (L _F)	۱(m)
چگالی هوا (ρ _∞)	۱/۲۲۴(kg/m ³)

به منظور اعتبارسنجی سرعت فلاتر بال بدون سطح کنترلی در جدول ۲ با پژوهش‌های انجام شده قبلی مقایسه شده است که همخوانی خوبی بین نتایج دیده می‌شود.

جدول ۲- مقایسه سرعت فلاتر بال تنها

مقدار خطا (%)	سرعت فلاتر (km/hr)	پژوهش انجام شده
۰	۴۹۴/۱	گلند [۱]
۲/۲	۴۸۳/۱	هوسنر [۱۹]
۱/۷۳	۴۸۸/۳	هاجز و پاتیل [۲۰]
۰/۷	۴۹۳/۴	کار حاضر

شکل ۵ ارتعاشات عرضی و پیچشی بال و ارتعاش پیچشی سطح کنترلی را برای سه سختی پیچشی متفاوت فنر اتصال نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است افزایش سختی پیچشی هم دامنه ارتعاش پیچشی سطح کنترلی را کاهش می‌دهد و هم فرکانس نوسانات آن را افزایش می‌دهد.



یافته $w(x, t), \varphi(x, t), \beta(t)$ می‌باشد، به دست آورد. به منظور حل این معادلات از روش مودهای فرضی استفاده شده است. در این روش پاسخ معادلات حرکت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n W_i(x) B_i(t) \quad (25)$$

$$\varphi(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) D_i(t)$$

$$\beta(t) = \beta(t)$$

که $W_i(x)$ و $\varphi_i(x)$ مودهای مکانی و $B_i(t)$ و $D_i(t)$ ضرایب زمانی هستند.

$$w_i(x) = \cos \beta_1 x - \cosh \beta_1 x - \frac{\cos \beta_1 L + \cosh \beta_1 L}{\sin \beta_1 L + \sinh \beta_1 L} (\sin \beta_1 x - \sinh \beta_1 x) \quad (26)$$

$$\varphi_i(x) = \sin\left(\frac{2i-1}{2L}\right) \pi x$$

با جایگذاری رابطه (۲۵) در معادلات حرکت و ضرب طرفین این روابط، به ترتیب در شکل مودهای مکانی و انتگرال‌گیری در سراسر طول بال معادلات دیفرانسیل معمولی به دست می‌آیند. به این منظور در اینجا از چهار مود برای خمش و چهار مود برای پیچش استفاده شده است. این معادلات خطی حرکت را می‌توان به راحتی به فرم کلی و ماتریسی زیر نوشت.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (27)$$

این معادلات را می‌توان برای سهولت در تحلیل پایداری به فرم فضای حالت تبدیل کرد.

$$\dot{Z} = AZ \quad (28)$$

که Z در آن برداری است که به فرم زیر تعریف می‌شود.

$$Z = \{q^T \quad \dot{q}^T\}^T \quad (29)$$

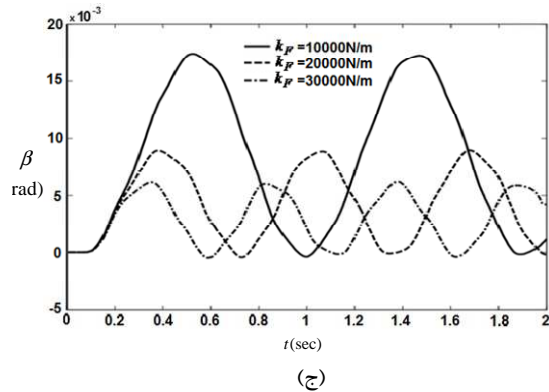
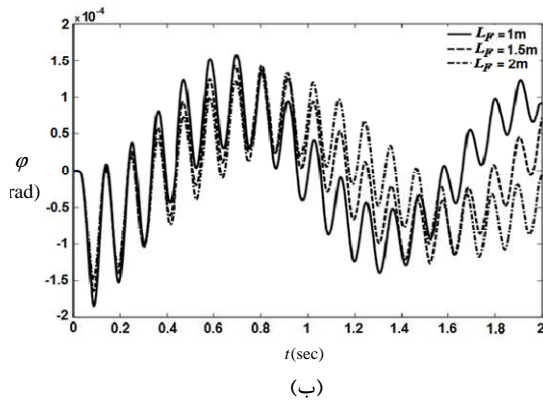
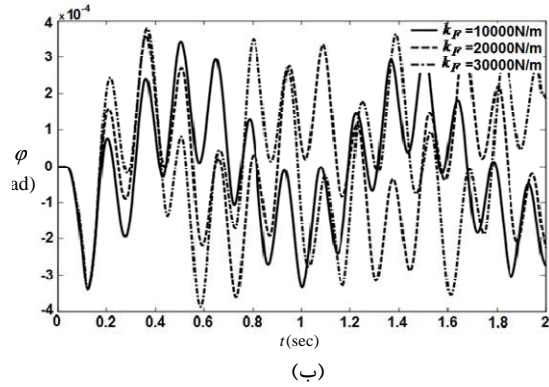
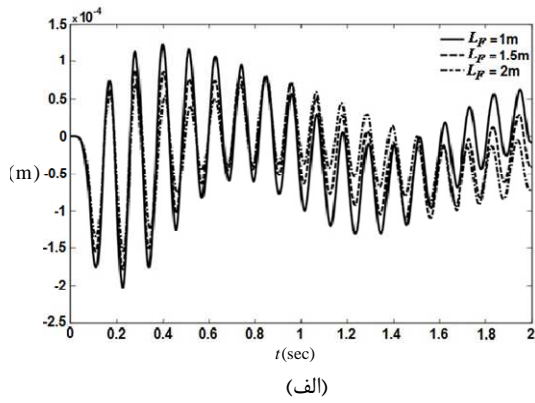
و ماتریس A به شکل زیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (30)$$

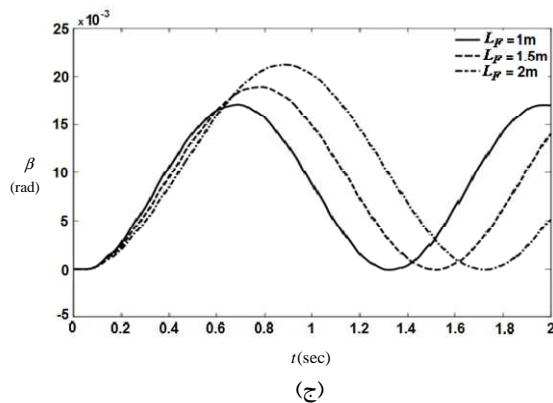
مرزهای ناپایداری سیستم را می‌توان با توجه به مقادیر ویژه ماتریس A مشخص نمود. در حالت کلی مقادیر ویژه به دست آمده به صورت زیر می‌باشند.

$$\mu_k = \alpha_k \pm i\beta_k \quad (31)$$

چنانچه $\alpha_k < 0$ باشد نوسانات همگرا بوده و سیستم از نظر دینامیکی پایدار می‌باشد. به ازای $\alpha_k > 0$ نوسانات واگرا خواهند بود و سیستم از لحاظ دینامیکی ناپایدار می‌باشد. برای حالت $\alpha_k = 0$ مرز بین دو حالت قبل پیش می‌آید که مرز ناپایداری می‌باشد. اگر این پاسخ‌ها برای سیستم آیروالاستیک باشد، شرایط ناپایداری دینامیکی، فلاتر نامیده می‌شود و مرز پایداری که معرف حرکت نوسانی ساده است، مرز فلاتر نامیده می‌شود [۱۸ و ۱۷].



شکل ۵- اثر سختی پیچشی فنر اتصال بر روی (الف) ارتعاشات عرضی بال، (ب) ارتعاشات پیچشی بال و (ج) ارتعاشات سطح کنترلی

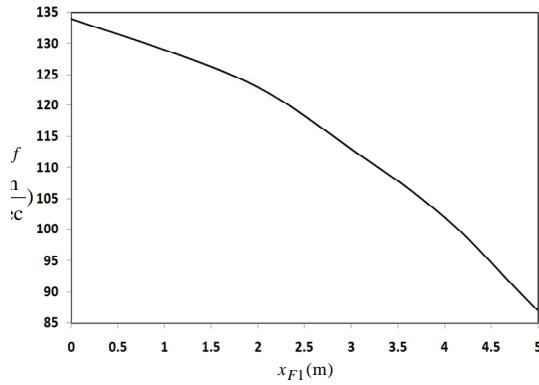


شکل ۶- اثر طول سطح کنترلی بر روی (الف) ارتعاشات عرضی بال، (ب) ارتعاشات پیچشی بال و (ج) ارتعاشات سطح کنترلی

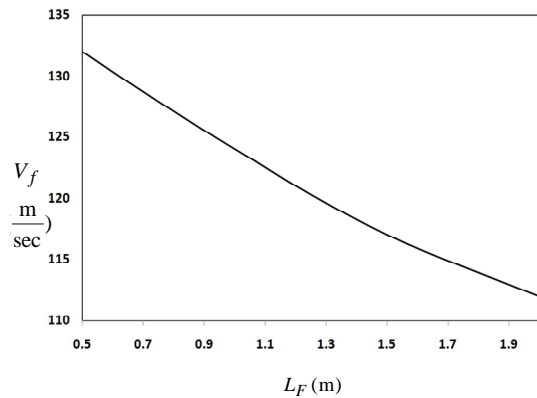
پارامتر دیگری که می‌تواند بر پاسخ سیستم اثرگذار باشد، طول سطح کنترلی است. هر چه طول سطح کنترلی بیشتر باشد، نیروی برآ و گشتاور پیچشی که به سیستم وارد می‌شود نیز افزایش می‌یابد و می‌تواند پاسخ سیستم را عوض کند. شکل ۶ ارتعاشات عرضی و پیچشی بال و ارتعاش پیچشی سطح کنترلی را به ازای سه طول مختلف از سطح کنترلی نشان می‌دهد. همانطور که از شکل دیده می‌شود افزایش طول سطح کنترلی سبب کاهش دامنه ارتعاش عرضی بال و کاهش فرکانس نوسانات پیچشی بال می‌شود. همچنین افزایش طول سطح کنترلی سبب افزایش دامنه ارتعاش سطح کنترلی و همچنین باعث کاهش سختی آن و در نتیجه کاهش فرکانس ارتعاش پیچشی سطح کنترلی می‌شود.

در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف سطح کنترلی بر مرز فلاتر سیستم پرداخته می‌شود. همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، فلاتر یکی از خطرناکترین ناپایداری‌های آیرودینامیک دینامیکی است که می‌تواند منجر به شکست ناگهانی بال و اجزای آن شود.

شکل ۷ تأثیر طول سطح کنترلی را بر سرعت فلاتر سیستم نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود افزایش طول سطح کنترلی سبب می‌شود که پدیده ناپایداری فلاتر در سرعت پایین‌تری رخ دهد. به نظر می‌رسد کاهش سرعت ناپایداری در این حالت، ناشی از افزایش نیروی برآ و در نتیجه افزایش گشتاور آیرودینامیکی و همچنین افزایش جرم افزوده شده به بال به دلیل افزایش طول سطح کنترلی باشد.



شکل ۹- تغییرات سرعت فلاتر بر حسب محل نصب سطح کنترلی

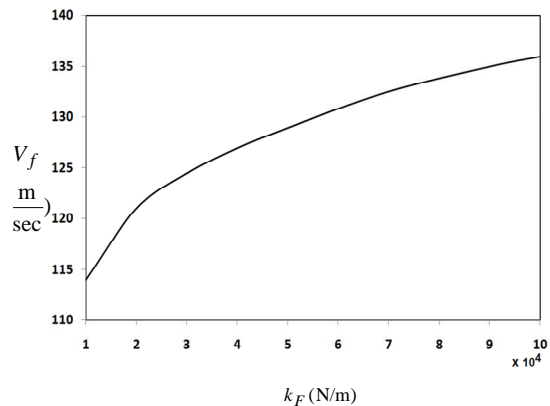


شکل ۷- تغییرات سرعت فلاتر بر حسب طول سطح کنترلی

۶- نتیجه گیری

در این مقاله اثر نصب سطح کنترلی در طول بال هواپیما بر رفتار آیروداستیک و مرزهای فلاتر آن مورد مطالعه قرار گرفته است. بال به صورت تیر انعطاف پذیر اویلر- برنولی و سطح کنترلی نیز به صورت یک تیر صلب با طول محدود در نظر گرفته شده که توسط دو فنر پیچشی در دو انتها به بال متصل شده است. معادلات حرکت بال و سطح کنترلی که به صورت الاستیک به آن متصل شده است با استفاده از اصل هامیلتون به دست آمده است. تاثیر پارامترهایی از سطح کنترلی نظیر طول، سختی فنر پیچشی اتصال و همچنین محل نصب آن بر روی بال، بر پایداری و پاسخ آیروداستیک سیستم بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که کاهش سختی فنرهای متصل کننده سطح کنترلی به بال، علاوه بر افزایش دامنه و کاهش فرکانس ارتعاشات سطح کنترلی، باعث کاهش سرعت فلاتر و محدود تر شدن محدوده پایداری آیروداستیک بال می‌گردد. همچنین افزایش طول سطح کنترلی منجر به افزایش دامنه و کاهش فرکانس ارتعاشات سطح کنترلی و کاهش سرعت فلاتر سیستم می‌شود. علاوه بر آن، با افزایش فاصله سطح کنترلی از ریشه بال، فلاتر در سرعت‌های پایینتری رخ می‌دهد.

پارامتر دیگری که می‌تواند مرز فلاتر را تغییر دهد، سختی پیچشی اتصال سطح کنترلی به بال می‌باشد. تاثیر این پارامتر بر سرعت فلاتر سیستم در شکل ۸ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود با افزایش سختی پیچشی اتصال سطح کنترلی به بال، سرعت فلاتر نیز افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با الاستیک تر شدن اتصال سطح کنترلی به بال محدوده پایداری سیستم کاهش می‌یابد. این امر نشان می‌دهد که صلب در نظر گرفتن اتصال می‌تواند منجر به تحلیل نادرست از مرز فلاتر گردد.



شکل ۸ تغییرات سرعت فلاتر بر حسب سختی فنر پیچشی سطح کنترلی

۷- نمادها

سطح مقطع بال (m^2)	A
نصف عرض وتر بال (m)	b
مدول یانگ (Gpa)	E
مدول برشی (Gpa)	G
تابع هویساید	H
بردارهای یکه دستگاه مختصات بال قبل از تغییر شکل	i, j, k
بردارهای یکه دستگاه مختصات بال بعد از تغییر شکل	i', j', k'
گشتاور اینرسی سطح مقطع نسبت به محور y' (m^4)	$I_{y'}$
گشتاور اینرسی سطح مقطع نسبت به محور z' (m^4)	$I_{z'}$
گشتاور اینرسی قطبی سطح مقطع (m^4)	J
ضریب فنریت (N/m^2)	k_F
طول بال (m)	L
طول سطح کنترلی (m)	L_F

شکل ۹ تاثیر محل نصب سطح کنترلی در طول بال را بر روی سرعت فلاتر نشان می‌دهد. همانطور که در شکل دیده می‌شود انتقال سطح کنترلی به سمت انتهای بال باعث کاهش شدید سرعت فلاتر می‌گردد. در واقع با انتقال سطح کنترلی به انتهای بال فاصله نیروهای آیرودینامیکی وارد شده به آن از ریشه بال بیشتر می‌شود و پایداری سیستم محدودتر می‌گردد.

with two engines in subsonic compressible flow, Journal of Fluids and Structures, Vol. 36, pp. 18-31, 2013.

[13] Mazidi A., Kalantari H., and Fazelzadeh S.A., Aeroelastic response of an aircraft wing with mounted engine subjected to time-dependent thrust, Journal of Fluids and Structures, Vol. 39, pp. 292-305, 2013.

[14] Mardanpour P., Richards P. W., Nabipour O., and Hodges D. H., Effect of multiple engine placement on aeroelastic trim and stability of flying wing aircraft, Journal of Fluids and Structures, Vol. 44, pp. 67-86, 2014.

[15] Pourshamsi H., Mazidi A., and Fazelzadeh S. A., Flutter analysis of an aircraft wing carrying, elastically, an external store, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 1, pp. 49-58, 2015 (In Persian).

[16] Hodges D. H., and Dowell E. H., Nonlinear Equations of Motion for the Elastic Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades, NASA Technical Note, 1974.

[17] Hodges D. H., and Pierce G. A., Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

[18] Bisplinghoff R. L., Ashley H., and Halfman R. L., Aeroelasticity", Dover publications, New York, 1955.

[19] Housner J. M., and Stein M., Flutter analysis of swept-wing subsonic aircraft with parameter studies of composite wings", NASA TN D-7539, 1974.

[20] Patil M. J., and Hodges D. H., Nonlinear aeroelastic analysis of composite aircraft in subsonic flow, Journal of Aircraft, Vol. 37, pp. 751-760, 2000.

جرم بر واحد طول بال (kg/m)	m
زمان (sec)	t
انرژی جنبشی (J)	T
انرژی کرنشی (J)	U
سرعت فلاتر (m/sec)	V_f
کار مجازی نیروهای خارجی (J)	W
دستگاه مختصات بال قبل از تغییر شکل	x, y, z
دستگاه مختصات بال بعد از تغییر شکل	x', y', z'
فاصله ابتدای سطح کنترلی از ریشه بال (m)	x_{F1}
واریشن	δ
مؤلفه‌های کرنش مهندسی	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}$
زاویه چرخش سطح کنترلی (rad)	β
محور مختصات موضعی واقع بر سطح کنترلی	η_F
محور مختصات موضعی واقع بر سطح کنترلی	ξ_F
چگالی سطح کنترلی (kg/m ³)	ρ_F
چگالی بال (kg/m ³)	ρ_w
چگالی هوا (kg/m ³)	ρ_∞
مؤلفه‌های تنش‌های مهندسی (pa)	$\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_x$
پیچش الاستیک بال حول محور الاستیک (rad)	φ
فرکانس فلاتر (rad/sec)	ω_f

۸- مراجع

- [1] Goland M., The flutter of uniform cantilever wing, Journal of Applied Mechanics, Vol.12, pp. 197-208, 1945.
- [2] Runyan H. L., and Watkins C. E., Flutter of uniform wing with an arbitrary placed mass according to a differential equation analysis and a comparison with experiment, NASA Technical Report, 1949.
- [3] Como M., Lateral buckling of a cantilever subjected to a transverse follower force, International Journal of Solids and Structures, Vol. 2, pp. 515-523, 1966.
- [4] Na S., and Librescu L., Dynamic response of adaptive cantilevers carrying external stores and subjected to blast loading, Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, pp. 1039-1055, 2000.
- [5] Hodges D. H., Lateral-Torsional flutter of a deep cantilever loaded by a lateral follower force at the tip, Journal of Sound and Vibration, Vol. 247, pp. 175-183, 2001.
- [6] Hodges D. H., Patil M. J., and Chae S., Effect of thrust on bending-torsion flutter of wings, Journal of Aircraft, Vol. 39, pp. 371-376, 2002.
- [7] Librescu L., Marzocca P., Chung C., and Kwak M. K., Active aeroelastic control of 2D wing-flap systems operating in an incompressible flow-field and impacted by a blast pulse, Journal of Sound and Vibration, Vol. 283, pp. 685-706, 2005.
- [8] Librescu L., and Song O., Dynamics of composite aircraft wings carrying external stores, AIAA journal, Vol. 46, pp. 568-577, 2008.
- [9] Librescu L., Na S., Qin Z., and Lee B., Active aeroelastic control of aircraft composite wings impacted by explosive blasts, Journal of Sound and Vibration, Vol. 318, pp. 74-92, 2008.
- [10] Mazidi A., and Fazelzadeh S. A., The flutter of a Swept Aircraft Wing with a powered-Engine, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 23, No. 4, pp. 43-250, 2010.
- [11] Fazelzadeh S. A., and Mazidi A., Flutter of aircraft wing carrying powered engine under roll maneuver, Journal of Aircraft, Vol. 48, No. 3, pp. 874-884, 2011.
- [12] Firouz-Abadi R. D., Askarian A. R., and Zarifian P., Effect of thrust on the aeroelastic instability of a composite swept wing