

جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی مورب حاوی نانو سیال تحت میدان مغناطیسی

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

علی محمد قناعتیان

افراسیاب ریسی*

بهزاد قاسمی

چکیده

در این مقاله، تأثیر زاویه مورب بر آهنگ انتقال گرمای جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی پر شده از نانو سیال آب-مس در حضور میدان مغناطیسی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. نیمی از دیوارهای پایینی و سمت چپ محفظه عایق و نیمی دیگر از این دو دیوار محفظه در دمای گرم می‌باشند. دیوار سمت راست محفظه در دمای سرد و دیوار بالایی آن عایق است. معادلات گسسته‌سازی شده با استفاده از الگوریتم سیمپل حل شده‌اند. عدد پرانتل سیال پایه ثابت و برابر ۶/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به نتایج مشاهده شد که به ازای زاویه‌های مختلف محفظه، آهنگ انتقال گرما با افزایش عدد رایلی افزایش یافته، ولی با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. افزایش کسر حجمی نانوذرات، با توجه به مقدار اعداد رایلی و هارتمن ممکن است آهنگ انتقال گرما را افزایش یا کاهش دهد. نتایج نشان داد که زاویه محفظه می‌تواند به عنوان یک پارامتر کنترلی برای آهنگ انتقال گرمای درون محفظه حاوی نانو سیال مورد استفاده قرار گیرد. بطوری‌که کمترین آهنگ انتقال گرما به ازای زاویه محفظه ۴۵ درجه رخ می‌دهد و در اعداد رایلی کم که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است تغییر زاویه تأثیر چندانی بر آهنگ انتقال گرما ندارد.

کلمات کلیدی: نانوسیال، جابجایی آزاد، محفظه مورب، میدان مغناطیسی.

Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Enclosure Filled with Nanofluid in the Presence of Magnetic Field

A. M. Ghenaatian

Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

A. Raisi

Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

B. Ghasemi

Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

Abstract

In this paper, the effects of inclination angle on natural convection heat transfer in a square enclosure filled with a water-Cu nanofluid in the presence of a magnetic field have been numerically investigated. A half of the bottom and left walls of the enclosure are adiabatic and a half of each of them are at a constant temperature T_h . The right wall is at temperature T_c and the top wall is adiabatic ($T_h > T_c$). Discretization of the governing equations is achieved through a finite volume method and solved with a SIMPLE algorithm. Prandtl number of the base fluid is considered to be $Pr = 6.2$. The results show that the heat transfer increases with an increase in Rayleigh number, but it decreases with an increase in Hartmann number. Increasing the volume fraction of nanoparticles, depending on the Rayleigh and Hartmann numbers may increase or decrease the rate of heat transfer. Also, the results show that the inclination angle can be used as a control parameter for heat transfer in the enclosure and the heat transfer rate has its minimum value for inclination angle at 45° .

Keywords: Nanofluid, Natural convection, Inclined enclosure, Magnetic field.

امکان افزایش صرفه‌جویی در مصرف انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست میسر خواهد بود.

علاقه به مطالعه رفتار مکانیزم‌های جریان و انتقال گرما در محفظه‌ها که با سیالات رسانای الکتریکی پر شده‌اند و تحت میدان مغناطیسی قرار دارند رو به افزایش است [۱]. نتیجه مشترک تمامی این مطالعات این است که سیال در یک محفظه که تحت میدان مغناطیسی است، نیروی لورنتز را تجربه می‌کند. این نیرو بر میدان جریان شناوری و میزان انتقال گرما اثر می‌گذارد [۲].

کارهای عددی زیادی بر روی جریان جابجایی طبیعی درون محفظه‌ها انجام شده‌است. خانفر و همکاران [۳] به حل عددی جریان جابجایی آزاد یک نانو سیال داخل یک منبع مربع شکل پرداختند. آنها با بررسی اثر افزودن نانوذرات به سیال خالص به این نتیجه رسیدند که

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر به منظور صرفه‌جویی در مصرف انرژی و مواد اولیه و با در نظر گرفتن مسائل اقتصادی و زیست محیطی، تلاش‌های زیادی برای ساخت دستگاه‌های تبادل گرمای پر بازده صورت پذیرفته است. هدف اصلی کاهش اندازه مبادله‌کن گرما مورد نیاز برای یک بار حرارتی معین و افزایش ظرفیت مبادله‌کن گرما موجود می‌باشد. تقاضای جهانی برای دستگاه‌های مبادله‌کن گرما قابل اطمینان و اقتصادی، مخصوصاً در صنایع فرآیندی، تولید الکتریسیته، سیستم‌های سرمایش و تهویه مطبوع، مبادله‌کن گرما و وسایل نقلیه، به سرعت روبه افزایش است. اگر اصول مربوط به روش‌های افزایش انتقال گرما و طراحی دستگاه‌های انتقال گرما با سطح زیاد به خوبی شناخته شوند،

هرچه درصد حجمی نانوذرات بیشتر شود، آهنگ انتقال گرما محفظه بیشتر می‌شود. امین‌الساداتی و قاسمی [۴] مطالعه‌ای روی جابجایی آزاد، با در نظر گرفتن یک منبع گرمایی که در ته یک محفظه بسته پر شده از نانو سیال قرار داشت را انجام دادند. در این مقاله، تأثیر عدد رایلی، محل و هندسه گرمکن، نوع نانوذرات و نسبت حجمی نانوذرات روی عملکرد سرمایش مطالعه شد. نتایج آنها نشان داد که اضافه کردن نانوذرات به آب خالص، عملکرد سرمایشی بهتری را ایجاد می‌کند، مخصوصاً در اعداد رایلی کوچک این امر چشمگیرتر است. نوع نانوذرات، طول و محل گرمکن روی حداکثر دمای گرمکن، تأثیر معناداری دارد. هرچه نسبت حجمی نانوذرات بالاتر رود، تغییرات نوسلت متوسط در اعداد رایلی پایین، یعنی 10^4 ، بیشتر از رایلی‌های بالا، یعنی 10^5 و 10^6 است. ابونادا و اوزتوپ [۵] تأثیر زاویه مایل بودن محفظه پر شده از نانو سیال آب- مس را بررسی و مطالعه کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که زاویه مایل می‌تواند یک پارامتر کنترل برای محفظه پر شده از نانوسیال باشد و نیز درصد افزایش انتقال گرما با استفاده از نانوذرات برای اعداد رایلی بزرگتر کاهش می‌یابد.

همت اسف و همکاران [۶] انتقال گرمای جابجایی توام درون یک محفظه مربعی شکل مایل پر شده از نانوسیال را به صورت عددی بررسی کرده‌اند. آنها دیوارهای بالا و پایین محفظه را عایق و دیوارهای سمت چپ و راست محفظه را به ترتیب در دمای گرم و سرد در نظر گرفتند که دمای دیوار گرم به صورت سینوسی تغییر می‌کرد. نتایج آنها در قالب تأثیر عدد ریچاردسون، زاویه محفظه و درصد حجمی نانوذرات بر روی انتقال گرمای جابجایی توام ارائه شده است. کربمی و قاسمی [۷] انتقال گرمای جابجایی آزاد نانوسیال آب- الومینا را در محفظه L شکل مورب به روش عددی بررسی کردند و دریافتند که افزایش ۵٪ حجمی نانوذرات به آب می‌تواند تا ۲۰٪ موجب افزایش انتقال گرما شود. جمای و همکاران [۸] انتقال گرمای جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی پر شده از نانوسیال با نانوذرات مختلف را بررسی کردند. در این تحقیق دو عدد منبع حرارتی موضعی روی دیوارهای جانبی محفظه قرار داشت در حالی که دیوارهای افقی آن در دمای ثابت T_c نگه داشته شده بود. آنها با شبیه‌سازی عددی دریافتند که آهنگ انتقال گرما با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد و دمای بیشینه منابع حرارتی به طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر موقعیت آنها روی دیوارهای جانبی قرار می‌گیرد. بوحالب و عباسی [۹] انتقال گرمای جابجایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید مس در محفظه‌هایی با نسبت منظری کوچک را به روش عددی بررسی کردند. آنها از مدل تک فازی برای مدل‌سازی نانوسیال استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که وقتی نسبت منظری محفظه کوچک است، تأثیر عدد رایلی بر روی انتقال گرمای کمتر قابل ملاحظه است. کارسیونه و همکاران [۱۰] با در نظر گرفتن یک مدل دوفازی برای سیال پایه و نانوذرات، انتقال گرمای جابجایی طبیعی را در یک محفظه مربعی پر شده از نانوسیال به روش عددی بررسی کردند و دریافتند که به خاطر حرکت لغزشی که بین فازهای جامد و مایع اتفاق می‌افتد، آهنگ انتقال گرما در محفظه برای نانوسیال به طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر از سیال خالص است. فونتس و همکاران [۱۱] با در نظر گرفتن مدل تک فازی برای نانوسیال، انتقال گرمای جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی پر شده از نانوسیال را به دو روش عددی حجم محدود و المان محدود بررسی کردند. آنها

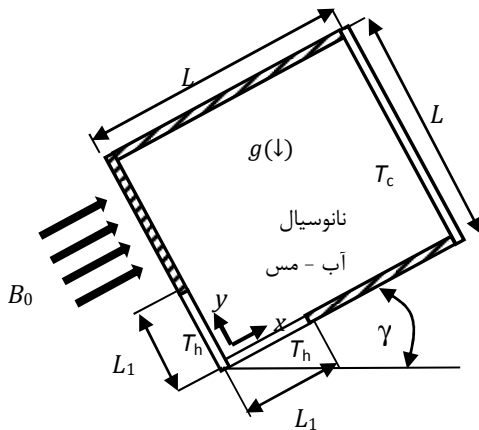
برخلاف اکثر پژوهشگران که عدد نوسلت را بر رسانایی گرمایی سیال پایه تعریف می‌کنند، عدد نوسلت را بر اساس رسانایی گرمایی نانوسیال تعریف کردند و به این نتیجه رسیدند که عدد نوسلت برای سیال خالص و نانوسیال یکسان است و بهبود رسانایی گرمایی جابجایی مشاهده شده برای نانوسیال را ناشی از بالاتر بودن رسانایی گرمایی نانوسیال اعلام کردند. الناجم و همکاران [۱۲] میدان‌های دما و جریان را تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی در یک محفظه مایل با دیواره‌های عمودی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق برای سیالی با عدد پرانتل 0.71 با استفاده از روش حجم کنترل براساس قاعده توانی بررسی نمودند. آنها نشان دادند که اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان‌های جابجایی آزاد و انتقال گرما، در زوایای انحراف کوچکتر و اعداد گراشف بالاتر تأثیر بیشتری دارد. مهمت و الیف [۱۳] تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظه‌های مربعی و مستطیل شکل مایل را که دو دیواره جانبی آن گرم و سرد و دو دیواره دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل ۱ به طور عددی مطالعه کردند. آنها نشان دادند که زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق، نسبت ابعاد محفظه، قدرت و جهت اعمال میدان مغناطیسی، تأثیرات قابل توجهی را بر میدان جریان و انتقال گرما می‌گذارند. تیما [۱۴] اثر جابجایی آزاد را در یک محفظه مستطیل شکل، تحت یک میدان مغناطیسی ثابت، در حالی که دیواره‌های بالا و پایین عایق و دیواره‌های جانبی در دمای ثابت بودند را بررسی کرده است. وی نشان داد که عدد نوسلت متوسط که معیاری برای آهنگ انتقال گرما داخل محفظه در نظر گرفته می‌شود، با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. قاسمی و همکاران [۱۵] به بررسی جابجایی طبیعی، دائمی و آرام جریان نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی در محفظه‌ای مربع شکل با دیوارهای گرم و سرد در طرفین و دو دیوار عایق در بالا و پایین پرداختند. آنها طی این بررسی به طور کلی به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد رایلی، آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد و با افزایش عدد هارتمن آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابد و افزایش درصد حجمی نانوذرات در اعداد رایلی پائین و بالا باعث بهبود رفتار حرارتی و افزایش عدد نوسلت متوسط می‌شود.

پیرمحمدی و قاسمی [۱۶] نیز به بررسی جابجایی طبیعی، دائمی و آرام جریان در حضور یک میدان مغناطیسی در یک محفظه مربع شکل با دیوار گرم در پایین و دیوار سرد در بالا و دو دیوار عایق عمودی پرداختند. آنها با چرخاندن پادساعتگرد محفظه در زاویه‌های 0 ، 45 ، 90 و 135 درجه در اعداد رایلی و هارتمن متفاوت به مطالعه اثر شیب محفظه پرداختند و نشان دادند که شیب محفظه تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر حرکت‌های سیال و پارامترهای انتقال گرما دارد و حداکثر انتقال گرما در زاویه محفظه 45 درجه اتفاق می‌افتد. انتقال گرما برای صفحات عمودی گرم و سرد، با آهنگ بیشتری نسبت به صفحات عمودی آدیاباتیک صورت می‌پذیرد. شیخ‌زاده و همکاران [۱۷] با استفاده از روش‌های عددی، یک محفظه دو بعدی حاوی سیالی با عدد پرانتل 0.71 را که بخشی از دیوار راست محفظه گرم و بخشی از دیواره چپ آن سرد بود و در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت قرار داشت را مدل‌سازی کرده و میدان دما و انتقال گرما را مورد بررسی قرار دادند. آنها نتایج را برای مقادیر مختلف اعداد رایلی، هارتمن و زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق ارائه نمودند و مشاهده کردند که قدرت میدان

می‌گذارد که در این مسئله میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. اگر چه میدان مغناطیسی تولید شده ممکن است غیر یکنواخت باشد ولی یکنواخت فرض کردن آن از کلیت مسئله نمی‌کاهد.

۲- بیان مسئله

مدل فیزیکی که مورد بررسی قرار می‌گیرد، در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- هندسه محفظه

محفظة مربعی دو بعدی حاوی نانوسیال آب - مس، به ضلع L می‌باشد که با افق زاویه γ می‌سازد. جریان داخل محفظه آرام، دائمی با خواص ثابت و تراکم ناپذیر فرض می‌شود. دیوار بالایی آن کاملاً عایق و دیوار سمت راست در دمای T_c است. دیوار سمت چپ و دیوار پایین دارای دو قسمت عایق و دما گرم می‌باشند که طول قسمت گرم آن برابر L_1 می‌باشد. همچنین یک میدان مغناطیسی به شدت B_0 در جهت محور x به محفظه اعمال می‌شود. بر اثر اختلاف دمای دیوارهای محفظه، درون آن جریان جابجایی طبیعی برقرار می‌شود. روی تمام دیوارها شرط عدم لغزش برقرار است. هدف از این تحقیق بررسی انتقال حرارت ناشی از جریان طبیعی نانوسیال درون محفظه می‌باشد و اثر پارامترهایی همچون زاویه محفظه، اعداد رایلی و هارتمن و نسبت حجمی نانوذرات بر میدان جریان و انتقال گرما بررسی شده است.

۳- معادلات حاکم بر جریان نانوسیال

در این بررسی با صرف نظر کردن از تلفات گرمایی لزجت و فرض سیال نیوتنی غیر قابل تراکم و با استفاده از تقریب بوزینسک، معادلات بدون بعد حاکم برای جریان آرام دو بعدی داخل محفظه عبارتند از: [۱۶، ۱۵]:

پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

مومنتم X :

مغناطیسی یکی از پارامترهای مهم در تضعیف جریان‌های جابجایی آزاد می‌باشد و با اعمال میدان مناسب، می‌توان جریان جابجایی را از بین برد. آنها همچنین دریافته‌اند که قرارگیری محفظه در زاویه‌هایی بزرگتر از 30° درجه نسبت به افق نیز می‌تواند یک عامل موثر در تضعیف جریان‌های جابجایی آزاد باشد. خو و همکاران [۱۸] یک مطالعه تجربی روی انتقال گرمای جابجایی آزاد با حضور میدان مغناطیسی درون محفظه‌ای مستطیل شکل که از گالیم مذاب پر شده بود، انجام دادند. آنها نشان دادند که حضور میدان مغناطیسی باعث کاهش انتقال گرما می‌شود. آنها همچنین نشان دادند اگر قدرت میدان مغناطیسی بالا و قدرت جابجایی پایین باشد، خطوط جریان در مرکز محفظه کشیده شده و خطوط دما ثابت تقریباً موازی می‌شوند که نشان دهنده غالب شدن رسانش گرما در مرکز محفظه می‌باشد.

ملک‌پور و قاسمی [۱۹] انتقال گرمای جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مثلثی شکل را تحت تأثیر میدان مغناطیسی به صورت عددی بررسی کرده‌اند. آنها محفظه را به صورت یک مثلث قائم‌الزاویه که وتر آن در دمای سرد قرار داشت و دو ضلع دیگر آن عایق بود و یک منبع حرارتی روی ضلع پایینی آن قرار داشت در نظر گرفتند. نتایج آنها نشان داد که آهنگ انتقال حرارت با افزایش عدد هارتمن کاهش و با افزایش درصد حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد و همچنین موقعیت قرارگیری منبع حرارتی تأثیر بسزایی روی میزان انتقال حرارت دارد.

ال-زمیلی [۲۰] اثر یک میدان مغناطیسی ثابت بر روی انتقال گرمای طبیعی در داخل یک محفظه نیم‌دایره‌ای پر شده از نانوسیال آب-مس را به روش عددی بررسی کرد و دریافت که آهنگ انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات افزایش و با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. او همچنین نشان داد که اثر میدان مغناطیسی روی انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش کسر حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد.

جابجایی طبیعی در محفظه‌ها را می‌توان به دو گروه اصلی تقسیم بندی نمود:

۱- محفظه‌های که از وجه جانبی گرم می‌شوند.

۲- محفظه‌های که از وجه زیرین گرم می‌شوند.

تفاوت اصلی بین این دو گروه، در این است که، محفظه‌هایی که از وجه جانبی گرم می‌شوند، به محض اینکه اختلاف دمای بسیار کوچکی در محفظه اعمال شود، پدیده جابجایی رخ می‌دهد. در حالی که، در محفظه‌هایی که از وجه زیرین گرم می‌شوند، قبل از اینکه اولین علائم حرکت سیال مشاهده شود، بایستی اختلاف دمای اعمال شده به مقدار بحرانی خود برسد. در تحقیقات گذشته، انتقال گرمای جابجایی در محفظه‌ای که به صورت توأم از سطوح زیرین و جانبی گرم شود مورد بررسی قرار نگرفته است. در تحقیق حاضر محفظه به صورت توأم از بخشی از سطح زیرین و بخشی از سطح جانبی سمت چپ گرم می‌شود و در عین حال برای محفظه چرخش نیز در نظر گرفته شده است.

از جمله کاربردهای این مسئله در خنک‌کاری قطعات الکترونیکی است که به صورت افقی و عمودی بر روی دیوارهای محفظه حاوی مدارهای الکترونیکی نصب می‌شوند و محفظه ممکن است نسبت به سطح زمین در زوایای مختلفی قرار بگیرد. عبور جریان الکتریکی از داخل یک مدار و قطعات مربوطه تولید میدان مغناطیسی می‌نماید. میدان مغناطیسی تولید شده بر روی میدان جریان و انتقال حرارت اثر

نوسلت متوسط نیز با انتگرال گیری از نوسلت متوسط روی سطوح دما ثابت به دست می آید.

۵- خواص نانوسیال

برای حل معادلات حاکم نیاز به خواص ترموفیزیکی نانوسیال است. چگالی، ظرفیت حرارتی، پخشندگی گرمایی و ضریب انبساط حجمی نانوسیال به کمک خواص سیال پایه و نانوذرات از رابطه (۹) محاسبه می شوند [۲۱].

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_p$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho c_p)_{nf}$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p \quad (۹)$$

نسبت رسانایی الکتریکی نانوسیال به هدایت الکتریکی ذره جامد از رابطه (۱۰) به دست می آید [۲۲].

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3\varphi(\sigma_p/\sigma_f - 1)}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\varphi} \quad (۱۰)$$

برای محاسبه رسانایی گرمایی مؤثر نانو سیال از مدل ماکسول استفاده شده است [۲۲].

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_p + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \varphi(k_f - k_p)} \right] \quad (۱۱)$$

درخصوص لزجت نانوسیال روابط مختلفی درمراجع ارائه شده است که رابطه برینکمن [۲۳] بیشتر از سایر روابط مورد توجه محققان است.

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - \varphi)^{-2.5} \quad (۱۲)$$

در جدول ۱، خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات مس ارائه شده است.

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی آب و مس [۳]

مس	آب	خواص فیزیکی
۸۹۳۳	۹۹۷/۱	$\rho(\text{kg/m}^3)$
۳۸۵	۴۱۷۹	$c_p(\text{J/kg.K})$
۴۰۱	۰/۶۱۳	$k(\text{W/m.K})$
$۵/۹۶ \times 10^{-۷}$	۰/۰۵	$\sigma(\mu\text{s/cm})$
$۱/۶۷ \times 10^{-۵}$	۲۱×10^{-۵}	$\beta(1/\text{K})$

۶- روش حل عددی

معادلات (۱) تا (۴) همراه با شرایط مرزی گفته شده به روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری شده اند. میدان حل با روش شبکه جابجاشده شبکه بندی شده است. جهت حل همزمان معادلات جبری شده، از الگوریتم سیمپل استفاده شده است و برای اجرای این الگوریتم برنامه ای به زبان فرترن نوشته شده است. همگرایی وقتی حاصل می شود که مجهول محاسبه شده در دو تکرار متوالی به عدد ثابتی رسیده باشد. در حل معادلات حاکم ضرائب معادله از مقادیر محاسبه شده در تکرار قبل به دست می آیند. معیار همگرایی در این برنامه به صورت رابطه (۱۳) تعریف شده است:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{RaPr}\theta \sin\gamma \quad (۲)$$

مومنتم Y:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{RaPr}\theta \cos\gamma - \frac{\sigma_{nf}\beta_f}{\sigma_f\beta_f} \text{Ha}^2 \text{Pr}V \quad (۳)$$

معادله انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (۴)$$

پارامترهای بدون بعد استفاده شده در معادلات (۴-۱) به صورت

زیر تعریف می شوند:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}$$

$$P = \frac{\bar{p}L^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (۵)$$

در رابطه (۵)، L طول و ارتفاع محفظه، α پخشندگی گرمایی، β ضریب انبساط حجمی، μ لزجت دینامیکی و ρ چگالی می باشد که زیر نویس f برای سیال خالص و nf برای نانوسیال بکار برده شده است. تعریف اعداد بدون بعد ریلی (Ra)، پرانتل (Pr) و هارتمن (Ha) نیز در رابطه (۶) آمده است.

$$Ra = \frac{g\beta_f L^3 (T_h - T_c)}{\alpha_f \rho_f}, \quad Pr = \frac{\mu_f}{\alpha_f}$$

$$Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma_f}{\alpha_f \rho_f}} \quad (۶)$$

۴- شرایط مرزی

با توجه به شکل ۱ روی تمام دیوارها شرط عدم لغزش سرعت برقرار است. روی دیوارهای عایق گردادیان دما صفر است و روی دیوارهای سرد و گرم دمای نانوسیال با دمای دیوار برابر است. با توجه به اینکه $L_1 = \frac{L}{2}$ مجموعه این شرایط در قالب رابطه (۷) بیان شده اند.

$$X = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \begin{cases} 0 \leq Y \leq 0.5 & \theta = 1 \\ 0.5 < Y & \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \end{cases}$$

$$X = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 0$$

$$Y = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \begin{cases} 0 \leq X \leq 0.5 & \theta = 1 \\ 0.5 < X & \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

$$Y = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (۷)$$

پس از حل معادلات (۴-۱) به همراه شرایط مرزی ارائه شده در رابطه (۷)، به منظور بررسی رفتار گرمایی محفظه، عدد نوسلت پارامتر مناسبی برای ارائه نتایج می باشد. نوسلت موضعی روی دیوارهای گرم دما ثابت از رابطه (۸) به دست می آید.

$$Nu_Y = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0}$$

$$Nu_X = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (۸)$$

شبکه‌بندی‌های مختلف به ازای کسر حجمی ۰/۰۳، عدد رایلی 10^4 ، عدد هارتمن ۴۰ و زاویه صفر درجه به دست آورده شده است و با توجه به مستقل شدن نوسلت متوسط و تابع جریان بیشینه از شبکه، شبکه مناسب انتخاب شده است. با توجه به جدول ۳، ملاحظه می‌گردد که شبکه مناسب برای حل، شبکه 120×120 است. با ریزتر کردن شبکه بیش از این، تأثیر زیادی در حل به وجود نمی‌آید و فقط زمان و هزینه محاسبات زیاد می‌شود. بنابراین این شبکه بندی انتخاب شده است.

جدول ۲- عدد نوسلت متوسط حاصل از برنامه‌ی حاضر و عدد نوسلت متوسط ارائه شده در مرجع [۱۵] برای محفظه مربعی

ϕ	قاسمی و همکاران [۱۴]	برنامه حاضر
۰/۰	۱/۱۸۳	۱/۱۸۲
۰/۰۲	۱/۲۱۲	۱/۲۱۵
۰/۰۴	۱/۲۴۹	۱/۲۵۲

جدول ۳- تعداد نقاط شبکه و عدد نوسلت متوسط و تابع جریان بیشینه

تعداد شبکه	Nu_m	$ \psi _{max}$
40×40	۱/۱۸۹	۰/۶۷۹
60×60	۱/۱۹۷	۰/۶۷۸
80×80	۱/۴۵۲	۰/۶۷۹
100×100	۱/۱۹۱	۰/۶۷۹
120×120	۱/۱۸۹	۰/۶۷۹
140×140	۱/۱۸۹	۰/۶۷۹
160×160	۱/۱۸۹	۰/۶۷۹

۸- نتایج

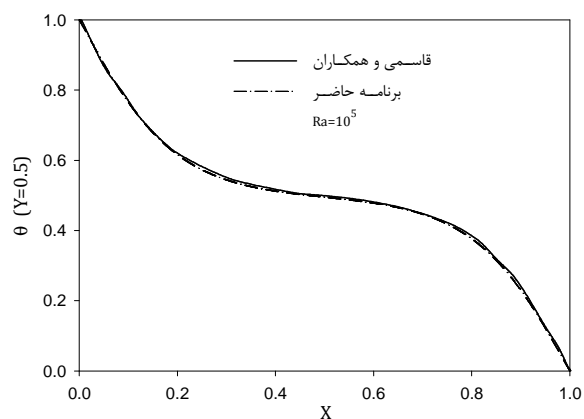
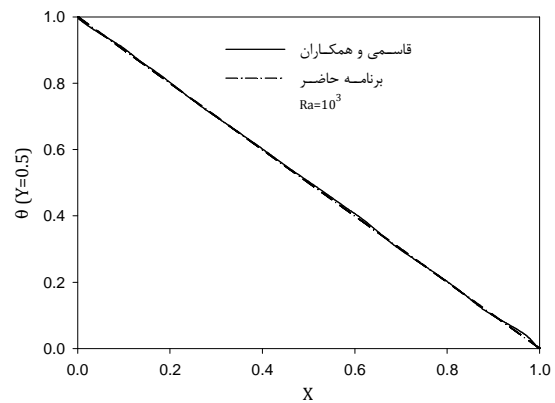
پس از اطمینان از صحت برنامه کامپیوتری نوشته شده، به بررسی اثر پارامترهای مختلف می‌پردازیم. شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب تأثیر زاویه محفظه بر خطوط جریان و خطوط همدمای به ازای عدد رایلی 10^5 ، عدد هارتمن ۴۰ و کسر حجمی ۰/۰۳ را نشان می‌دهد. با توجه به خطوط جریان دیده می‌شود که با افزایش زاویه چرخش تا زاویه 90° به علت تغییر موقعیت قرارگیری صفحات گرم و سرد نسبت به راستای شتاب جاذبه، نیروی غوطه‌وری افزایش و قدرت جابجایی درون محفظه بیشتر می‌شود و چنانچه زاویه چرخش از 90° بیشتر شود به علت این که صفحات گرم به سمت بالای محفظه سوق پیدا می‌کنند، قدرت جابجایی شروع به کاهش می‌نماید. نکته قابل توجه این است که جهت چرخش سیال در زوایای 90° و 135° درجه خلاف جهت چرخش در زوایای صفر و 45° درجه است و به ازای زاویه چرخش 45° درجه علاوه بر گردابه اصلی که ساعت‌گرد است یک گردابه ضعیف پادساعت‌گرد در مجاورت یکی از صفحات گرم ایجاد می‌شود که دلیل آن وجود نیروی شناوری به سمت بالا در مجاورت صفحات گرم است.

$$\sum_I \sum_J \sqrt{\left(\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right)_{I,J}^2} \leq 10^{-7} \quad (13)$$

در رابطه‌ی (۱۳)، n برابر تعداد تکرارها است و ϕ متغیر عمومی (U, V, θ) را نشان می‌دهد

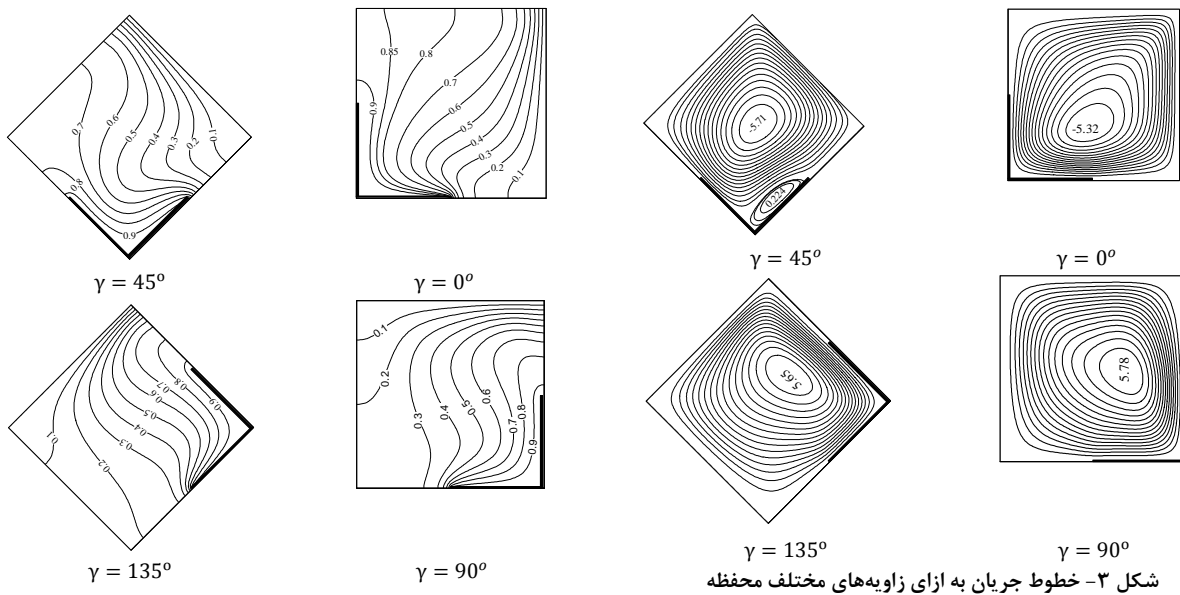
۷- کنترل عملکرد برنامه و مطالعه شبکه

جهت بررسی اعتبار کد کامپیوتری مورد استفاده در این تحقیق، محفظه‌ای مربعی با دیوارهای افقی عایق و دیوارهای عمودی در دو دمای مختلف، مطابق مرجع [۱۵] در نظر گرفته شده است. با استفاده از کد کامپیوتری نوشته شده، نمودار دمای بدون بعد در شکل ۲ به ازای کسر حجمی ۰/۰۳، عدد هارتمن ۳۰ و اعداد رایلی 10^3 و 10^5 رسم شده است. همچنین مقادیر عدد نوسلت متوسط روی دیوار گرم برای عدد رایلی 10^4 و عدد هارتمن ۳۰ و به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانو سیال در جدول ۲ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج موجود تفاوت چندانی ندارند که نشان دهنده صحت عملکرد کد می‌باشد.



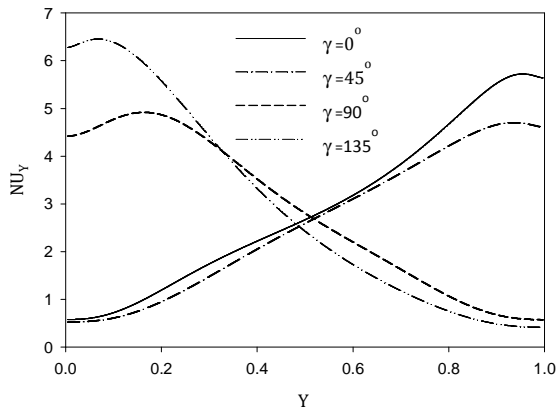
شکل ۲- اعتبارسنجی برنامه حاضر با محفظه مربع شکل حاوی نانو سیال [۱۵]

پس از اطمینان از عملکرد برنامه، ابتدا به تشریح یک شبکه‌بندی مناسب برای حل می‌پردازیم. برای انتخاب شبکه‌ی مناسب، مقادیر عدد نوسلت متوسط دیوار سرد و تابع جریان بیشینه برای

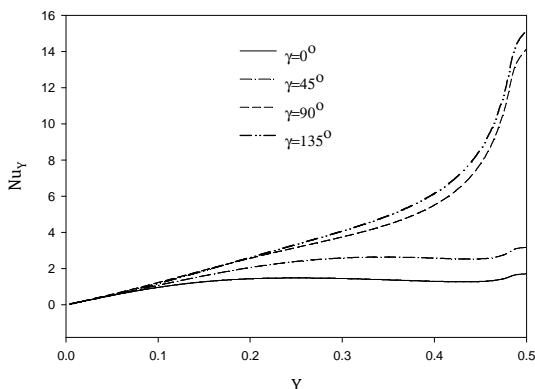


شکل ۳- خطوط جریان به ازای زاویه‌های مختلف محفظه

شکل ۴- خطوط هم‌دما به ازای زاویه‌های مختلف محفظه



شکل ۵ - نوسلت موضعی روی دیواره سرد به ازای زوایای مختلف محفظه



شکل ۶- نوسلت موضعی روی دیواره گرم سمت چپ به ازای زوایای مختلف محفظه

با توجه به داده‌های جدول ۴ مشخص است که با افزایش زاویه محفظه و تغییر جهت چرخش جریان درون محفظه و تغییر موقعیت

در شکل ۴ تغییر الگوی خطوط هم‌دما با توجه به تغییر موقعیت صفحات گرم و سرد دیده می‌شود. با توجه به خطوط هم‌دما دیده می‌شود که در زوایای صفر و ۴۵ درجه در ناحیه میانی محفظه گرادیان دما هم در جهت X و هم در جهت Y وجود دارد؛ در حالی که به ازای زوایای ۹۰ و ۱۳۵ درجه در ناحیه میانی محفظه گرادیان دما فقط در جهت Y وجود دارد.

تأثیر زاویه محفظه بر عدد نوسلت موضعی روی دیواره سرد، دیواره گرم سمت چپ و دیواره گرم پایین، به ترتیب در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۵ مشخص است که به ازای زاویه صفر درجه و ۴۵ درجه، نوسلت موضعی با افزایش Y افزایش و به ازای زوایای ۹۰ درجه و ۱۳۵ درجه نوسلت موضعی با افزایش Y، کاهش می‌یابد. علت این تغییر رفتار، چرخش محفظه و تغییر جهت جریان از ساعت‌گرد به پادساعت‌گرد می‌باشد. همچنین مشخص است که بیشینه نمودارها به ازای زوایای صفر درجه و ۱۳۵ درجه نسبت به ۴۵ درجه و ۹۰ درجه بیشتر است. با توجه به شکل ۶ مشخص است که با افزایش زاویه محفظه، نوسلت موضعی روی دیواره گرم سمت چپ افزایش می‌یابد که علت آن، تغییر موقعیت دیواره می‌باشد که در ابتدا در سمت چپ بوده و با چرخش پادساعت‌گرد محفظه، به پایین منتقل می‌شود و با توجه به تغییر جهت چرخش جریان درون محفظه، انتقال گرمای بیشتری از این دیواره صورت می‌پذیرد.

اما با توجه به شکل ۷، با افزایش زاویه محفظه، نوسلت موضعی روی دیواره گرم پایینی کاهش می‌یابد که همانطور که گفته شد، علت آن، تغییر موقعیت دیواره می‌باشد که در ابتدا در پایین بوده و با چرخش پادساعت‌گرد محفظه، به سمت راست منتقل می‌شود و با توجه به تغییر جهت چرخش جریان درون محفظه،

انتقال گرمای کمتری از این دیواره صورت می‌پذیرد. با توجه به داده‌های جدول ۴ نیز، این مطالب قابل استنباط می‌باشد.

توجهی در محفظه بوجود نمی‌آید و تابع جریان بیشینه به ازای زاویه ۴۵ درجه کمترین مقدار و در زاویه ۱۳۵ درجه، بیشترین مقدار خود را اختیار می‌کند. ولی به ازای عدد رایلی 10^5 جابجایی قابل توجهی در محفظه برقرار می‌شود و در زاویه ۹۰ درجه که صفحه سرد وجه بالایی محفظه را تشکیل می‌دهد، جابجایی نسبت به بقیه زوایا دارای بیشترین مقدار است.

جدول ۵- تابع جریان بیشینه در رایلی و زاویه مختلف محفظه

$Ra=10^5$	$Ra=10^4$	$Ra=10^3$	γ
۵/۳۲۸	۰/۶۸۰	۰/۰۵۶	۰°
۵/۷۱۰	۰/۳۱۵	۰/۰۲۵	۴۵°
۵/۷۸۰	۰/۳۸۶	۰/۰۳۱	۹۰°
۵/۶۵۰	۰/۷۳۵	۰/۰۶۷	۱۳۵°

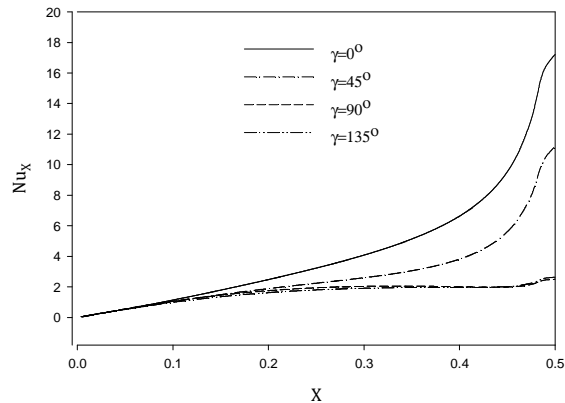
با توجه به جدول ۶ نیز مشخص است که به ازای اعداد رایلی مختلف، حداقل مقدار نوسلت متوسط دیوار سرد، به ازای زاویه ۴۵ درجه رخ می‌دهد که دلیل آن وجود یک گردابه ضعیف در کنار یکی از صفحات گرم است. حداکثر مقدار نوسلت متوسط به ازای عدد رایلی 10^3 و 10^4 ، که جابجایی ضعیف است و رسانش گرما مکانیزم غالب انتقال گرما است، در زاویه صفر درجه رخ می‌دهد. ولی به ازای عدد رایلی 10^5 که قدرت جابجایی نانوسیال درون محفظه افزایش یافته‌است، حداکثر نوسلت متوسط در زاویه ۱۳۵ درجه رخ می‌دهد. این مطلب از شکل ۷ نیز مشهود است. نتایج موجود در جدول ۶ همچنین نشان می‌دهند که در اعداد رایلی پایین که رسانش مکانیزم اصلی انتقال گرما است، تأثیرپذیری نوسلت متوسط از چرخش محفظه ناچیز است و عدد رایلی که افزایش یابد، عدد نوسلت متوسط بیشتر تحت تأثیر زاویه چرخش قرار می‌گیرد.

جدول ۶- عدد نوسلت متوسط دیوار سرد در رایلی و زاویه

مختلف محفظه			
$Ra=10^5$	$Ra=10^4$	$Ra=10^3$	γ
۲/۹۲۷	۱/۲۲۹	۱/۱۷۵	۰°
۲/۵۸۸	۱/۱۶۴	۱/۱۵۳	۴۵°
۲/۸۳۰	۱/۱۷۲	۱/۱۵۴	۹۰°
۲/۹۶۰	۱/۲۱۶	۱/۱۵۴	۱۳۵°

در جداول ۷ و ۸ به ترتیب تابع جریان بیشینه و عدد نوسلت متوسط دیوار سرد به ازای $\phi = 0.03$ و عدد رایلی 10^5 و مقادیر مختلف عدد هارتمن و زاویه چرخش محفظه ارائه شده‌است. با توجه به داده‌های جدول ۷ مشخص است که به ازای یک زاویه مشخص، با افزایش عدد هارتمن، تابع جریان بیشینه درون محفظه کاهش می‌یابد که نشان از کاهش سرعت جریان به ازای افزایش قدرت میدان مغناطیسی دارد. بیشترین تأثیرپذیری تابع جریان از عدد هارتمن در زاویه ۴۵ درجه و کمترین تأثیرپذیری آن در زاویه ۱۳۵ درجه اتفاق می‌افتد. دلیل این امر به موقعیت قرارگیری صفحات دما ثابت که باعث ایجاد نیروی غوطه‌وری می‌شوند و جهت نیروی لورنتز ناشی از وجود میدان مغناطیسی بر می‌گردد. با توجه به داده‌های جدول ۸ دیده

دیواره‌ها، انتقال گرمای بیشتری از دیوار سمت چپ و انتقال گرمای کمتری از دیوار پایین صورت می‌پذیرد. همچنین با توجه به مقدار نوسلت متوسط روی دیوار سرد، کمترین آهنگ انتقال گرما به ازای زاویه ۴۵ درجه رخ می‌دهد که علت آن وجود گردابه ثانویه ضعیفی است که درون محفظه ایجاد شده است.



شکل ۷- نوسلت موضعی روی دیوار گرم پایین به ازای زوایای مختلف محفظه

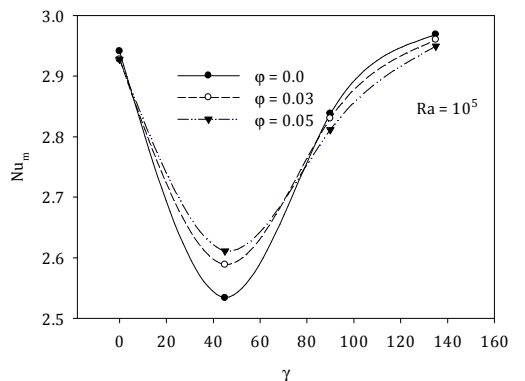
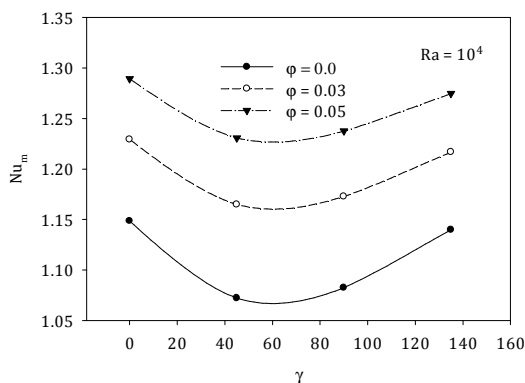
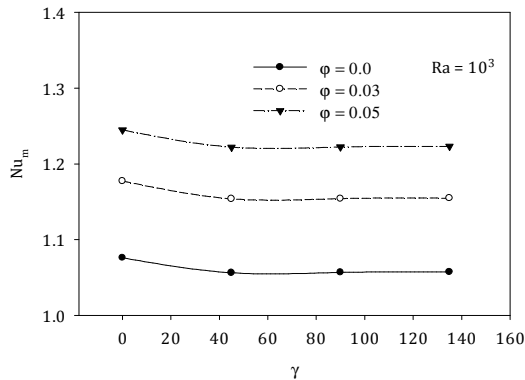
با توجه به مقادیر ارائه شده در جدول ۴ و شکل‌های ۵ تا ۷، مشخص است که به ازای زوایای ۰ درجه و ۴۵ درجه، نوسلت متوسط دیوار گرم پایین از نوسلت متوسط دیوار گرم سمت چپ بیشتر است. علت این امر این است که با توجه به ساعتگرد بودن جهت جریان درون محفظه، جریانی که از مجاورت دیوار سرد عبور کرده و ابتدا به دیوار گرم پایین می‌رسد، اختلاف دمای بیشتری نسبت به حالتی دارد که جریان از دیوار گرم پایین به دیوار گرم سمت چپ می‌رسد. به همین خاطر، به دلیل گرادیان دمای بیشتری که در مجاورت دیوار گرم پایین نسبت به دیوار گرم سمت چپ وجود دارد، نوسلت متوسط آن نیز مقدار بیشتری را داراست و در نتیجه انتقال گرمای بیشتری از این دیوار صورت می‌گیرد. اما با چرخش محفظه و تغییر موقعیت دیوارهای گرم و جهت چرخش جریان به ازای زوایای ۹۰ درجه و ۱۳۵ درجه، دیواری که در ابتدا در سمت چپ محفظه قرار دارد، به پایین محفظه منتقل می‌شود و در نتیجه در این حالت انتقال گرمای بیشتری از این دیوار صورت می‌گیرد.

جدول ۴- نوسلت متوسط روی دیوارهای دما ثابت به ازای زاویه

مختلف محفظه			
$Nu_{m_{hh}}$	$Nu_{m_{hl}}$	Nu_{m_c}	γ
۲/۱۹۲	۰/۶۵۰	۲/۹۲۷	۰°
۱/۴۷۹	۱/۰۸۲	۲/۵۸۸	۴۵°
۰/۸۷۵	۱/۹۳۸	۲/۸۳۰	۹۰°
۰/۸۲۵	۲/۰۸۲	۲/۹۶۰	۱۳۵°

در جداول ۵ و ۶ به ترتیب تابع جریان بیشینه و نوسلت متوسط دیواره سرد به ازای $\phi = 0.03$ و $Ha = 40$ و مقادیر مختلف عدد رایلی و زاویه چرخش محفظه ارائه شده‌است. همانطور که از داده‌های جدول ۵ مشخص است، به ازای عدد رایلی 10^3 و 10^4 ، جابجایی قابل

در شکل ۸ نوسلت متوسط بر حسب زاویه محفظه به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی رسم شده است.



شکل ۸- تأثیر عدد رایلی بر نوسلت متوسط دیوار سرد به ازای کسر حجمی و زاویه مختلف محفظه

با توجه به شکل ۸، دیده می‌شود که در اعداد رایلی پایین که رسانش مکانیزم اصلی انتقال گرما است، افزایش درصد حجمی نانوذرات سبب افزایش نوسلت متوسط در تمام زوایا می‌شود. به ازای عدد رایلی 10^5 که جابجایی نقش به‌سزایی در انتقال گرما دارد، در زوایای تقریباً بزرگتر از 80° درجه، افزایش درصد حجمی نانوذرات سبب کاهش جابجایی و کاهش نوسلت متوسط می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۸ دیده می‌شود در عدد رایلی 10^3 که جابجایی نانوسیال درون محفظه خیلی ضعیف است، تغییر زاویه محفظه تأثیر چندانی روی نوسلت متوسط ندارد، در حالی‌که وقتی عدد رایلی افزایش یابد و قدرت جابجایی نانوسیال درون محفظه زیاد شود، با افزایش زاویه محفظه به

می‌شود که با افزایش عدد هارتمن در هر زاویه‌ای، نوسلت متوسط کاهش می‌یابد. کمترین مقدار نوسلت متوسط به ازای هر عدد هارتمن مربوط به زاویه 45° درجه است و بیشترین مقدار عدد نوسلت متوسط به ازای هر عدد هارتمن مربوط به زاویه 135° درجه است.

جدول ۷- تابع جریان بیشینه در هارتمن و زاویه‌های مختلف محفظه

Ha=60	Ha=40	Ha=20	Ha=10	γ
3/122	5/328	9/564	15/695	0°
2/824	5/710	10/848	21/314	45°
3/272	5/780	10/729	22/852	90°
3/536	5/650	9/300	15/383	135°

جدول ۸- عدد نوسلت متوسط دیوار سرد در هارتمن و زاویه مختلف محفظه

Ha=60	Ha=40	Ha=20	Ha=10	γ
2/096	2/941	4/049	4/818	0°
1/806	2/588	3/552	4/085	45°
1/936	2/830	3/890	4/507	90°
2/112	2/960	4/236	5/080	135°

با توجه به شکل ۵ و داده‌های جداول ۴ تا ۸، مشخص است که به ازای اعداد رایلی و هارتمن مختلف، کمترین مقدار نوسلت متوسط و در نتیجه انتقال گرمای درون محفظه مربوط به زاویه محفظه 45° درجه می‌باشد که دلیل آن ایجاد گردابه ثانویه ضعیف در مجاورت یکی از صفحات گرم است.

در جدول ۹ مقدار بیشینه تابع جریان، به ازای اعداد رایلی و کسر حجمی مختلف در زاویه صفر درجه و عدد هارتمن ۴۰ نشان داده شده است.

جدول ۹- تابع جریان بیشینه در رایلی و کسر حجمی مختلف

Ra=10 ⁶	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ³	ϕ
16/484	5/477	0/752	0/072	0/0
16/600	5/428	0/727	0/069	0/01
16/816	5/328	0/680	0/065	0/03
17/018	5/200	0/636	0/061	0/05

تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی تابع جریان به این صورت است که اولاً با افزایش درصد حجمی نانوذرات، لزجت نانوسیال افزایش می‌یابد و این موضوع سبب کاهش جابجایی نانوسیال درون محفظه می‌شود و دوماً به دلیل بهبود مشخصه‌های حرارتی، با افزایش درصد حجمی نانوذرات، انتقال گرما به نانوسیال بهتر صورت می‌گیرد که سبب افزایش جابجایی نانوسیال می‌شود. با توجه به نتایج موجود در جدول ۹ دیده می‌شود که این تأثیرپذیری دوگانه جابجایی نانوسیال از تغییرات درصد حجمی نانوذرات باعث شده است که در اعداد رایلی پایین، افزایش درصد حجمی نانوذرات، جابجایی نانوسیال را کاهش دهد و در عدد رایلی 10^6 که قدرت جابجایی بالاست، افزایش درصد حجمی نانوذرات، جابجایی نانوسیال را افزایش دهد.

جدول ۱۲- عدد نوسلت متوسط دیوار سرد در اعداد هارتمن و

کسر حجمی مختلف				
Ha=۶۰	Ha=۴۰	Ha=۲۰	Ha=۰	φ
۲/۰۹۶	۲/۹۴۱	۴/۰۴۹	۴/۸۱۸	۰/۰
۲/۰۸۴	۲/۹۳۷	۴/۱۱۹	۴/۸۷۵	۰/۰۱
۲/۰۲۵	۲/۹۲۷	۴/۱۳۴	۴/۹۴۳	۰/۰۳
۲/۰۴۲	۲/۹۱۲	۴/۲۲۶	۵/۰۹۸	۰/۰۵

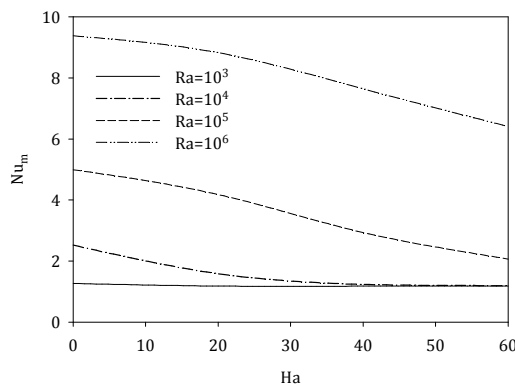
در شکل ۹ تغییرات نوسلت متوسط نسبت به هارتمن به ازای عدد رایلی مختلف، کسر حجمی ۰/۰۳ و زاویه محفظه صفر درجه نشان داده شده است. با توجه به شکل ۹ مشاهده می‌شود که افزایش عدد هارتمن باعث کاهش میزان انتقال گرما می‌شود و دلیل آن نیز کاهش جریان با افزایش عدد هارتمن می‌باشد. تغییرات به ازای افزایش عدد هارتمن برای تمامی رایلی‌ها کاهشی است. با توجه به شکل ۹ مشاهده می‌شود که تأثیر عدد هارتمن در رایلی ۱۰^۳ ناچیز است و با افزایش رایلی، آهنگ کاهشی نوسلت متوسط افزایش می‌یابد. رابطه زیر با دقت مناسب ارتباط بین عدد نوسلت متوسط، عدد هارتمن و عدد رایلی را برقرار می‌کند

$$Nu_m = C_1 Ha^3 + C_2 Ha^2 + C_3 Ha + 0.171 Ra^{0.29} \quad (14)$$

مقادیر ثابت C_1 ، C_2 و C_3 در جدول ۱۳ داده شده است.

جدول ۱۳- مقادیر ثابت موجود در رابطه ۱۴

C_3	C_2	C_1	Ra
-۰/۰۰۷۴	2×10^{-4}	-2×10^{-6}	10^3
-۰/۰۶۶۵	۰/۰۰۱۱	-6×10^{-6}	10^4
-۰/۰۱۶	-۰/۰۰۱۶	2×10^{-5}	10^5
-۰/۰۰۲۱	-۰/۰۰۱۵	1×10^{-5}	10^6



شکل ۹- عدد نوسلت متوسط روی دیواره سرد به ازای اعداد هارتمن و رایلی‌های مختلف

در ادامه و در شکل ۱۰، تغییرات نسبت نوسلت متوسط به نوسلت متوسط در هارتمن صفر ($Nu_m / Nu_m(Ha=0)$) بر حسب عدد رایلی برای دیوار سرد به ازای کسر حجمی ۰/۰۳ و زاویه محفظه صفر درجه رسم شده است.

دلیل تغییر موقعیت قرارگیری صفحات دما ثابت و تشکیل گردابه ثانویه، نوسلت متوسط کاهش می‌یابد و در حوالی زاویه ۶۰ درجه کمترین مقدار خود را دارد و سپس دوباره افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رایلی، شیب تغییرات نوسلت متوسط بر حسب زاویه محفظه بیشتر می‌شود. همچنین از شکل ۸ پیداست که افزایش عدد رایلی، هنگامی که سبب تغییر مکانیزم انتقال گرما شود سبب افزایش چشم‌گیر نوسلت متوسط می‌شود.

برای درک بهتر نحوه تأثیر درصد حجمی نانوذرات بر روی نوسلت متوسط در اعداد رایلی مختلف، در جدول ۱۰ نتایج به ازای زاویه صفر درجه و عدد هارتمن ۴۰ ارائه شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در این جدول نیز دیده می‌شود که در اعداد رایلی پایین که رسانش پیشینه غالب انتقال گرما است و در اعداد رایلی بالا که جابجایی پیشینه غالب است، افزایش درصد حجمی نانوذرات سبب افزایش نوسلت متوسط می‌شود و در اعداد رایلی میانی که مکانیزم غالب در حال گذر از رسانش به جابجایی است، افزایش درصد حجمی نانوذرات سبب کاهش نوسلت متوسط می‌شود.

جدول ۱۰- عدد نوسلت متوسط دیوار سرد در رایلی و کسر

حجمی مختلف

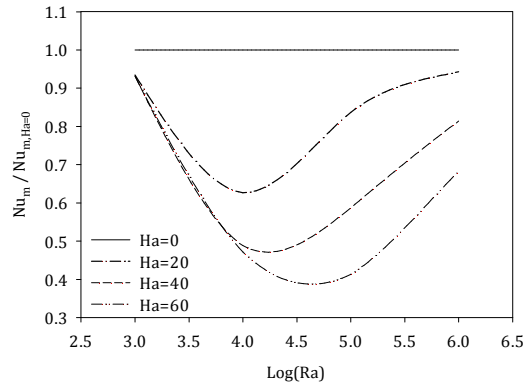
Ra=۱۰ ^۶	Ra=۱۰ ^۵	Ra=۱۰ ^۴	Ra=۱۰ ^۳	φ
۷/۴۶۳	۲/۹۴۱	۱/۱۴۸	۱/۰۷۶	۰/۰
۷/۵۲۴	۲/۹۳۷	۱/۱۷۴	۱/۱۰۸	۰/۰۱
۷/۶۳۹	۲/۹۲۷	۱/۲۲۹	۱/۱۷۵	۰/۰۳
۷/۷۴۶	۲/۹۱۲	۱/۲۸۹	۱/۲۲۴	۰/۰۵

جدول ۱۱ و ۱۲ به ترتیب تابع جریان پیشینه و عدد نوسلت متوسط دیوار سرد را به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوسپال و عدد هارتمن در زاویه صفر درجه و عدد رایلی ۱۰^۵ نشان می‌دهد. با توجه به اینکه به ازای عدد رایلی ۱۰^۵ در اعداد هارتمن صفر و ۲۰، جابجایی مکانیزم غالب انتقال گرما شده است، افزایش φ باعث افزایش تابع جریان می‌شود. با افزایش عدد هارتمن، قدرت جابجایی کاهش می‌یابد، به طوری که به ازای اعداد هارتمن ۴۰ و ۶۰، جابجایی ضعیفی درون محفظه برقرار است و افزایش لزجت به دلیل افزایش φ نقش چشم‌گیرتری پیدا می‌کند و تابع جریان را کم می‌کند. تغییر تابع جریان به گونه‌ای که ذکر شد سبب تغییر نوسلت متوسط مطابق با جدول ۱۲ می‌شود، به طوری که در اعداد هارتمن صفر و افزایش φ، سبب افزایش نوسلت متوسط و به ازای عدد هارتمن ۴۰ و ۶۰ افزایش φ، سبب کاهش نوسلت متوسط می‌شود.

جدول ۱۱- تابع جریان پیشینه در عدد هارتمن و کسر حجمی

مختلف

Ha=۶۰	Ha=۴۰	Ha=۲۰	Ha=۰	φ
۳/۳۲۲	۵/۴۷۷	۹/۴۵۶	۱۵/۱۷۳	۰/۰
۳/۲۵۵	۵/۴۲۸	۹/۴۹۰	۱۵/۳۲۸	۰/۰۱
۳/۱۲۲	۵/۳۲۸	۹/۵۴۶	۱۵/۶۹۵	۰/۰۳
۲/۹۷۷	۵/۲۰۰	۹/۵۸۲	۱۵/۹۳۰	۰/۰۵



شکل ۱۰- نسبت تغییرات نوسلت متوسط به نوسلت متوسط دیوار سرد با هارتمن صفر بر حسب عدد رایلی

همانطور که از شکل ۱۰ مشاهده می‌شود و پیشتر نیز گفته شد، در رایلی 10^3 ، که جابجایی ضعیف است و انتقال گرمای رسانشی غالب است، تأثیر میدان مغناطیسی کم است. با افزایش عدد رایلی و زیاد شدن سرعت جریان نانوسیال، تأثیر میدان مغناطیسی نیز بیشتر می‌شود و باعث می‌شود که نسبت نوسلت متوسط کاهش یابد و نهایتاً به ازای هر عدد هارتمن در یک رایلی به خصوص، این نسبت به کمترین مقدار خود می‌رسد و بعد از آن با افزایش عدد رایلی و تقویت بیش از پیش جابجایی نانوسیال، نسبت نوسلت متوسط دوباره افزایش می‌یابد، ولی میدان مغناطیسی همچنان پارامتر تأثیرگذاری است. نکته قابل توجه این‌که با افزایش عدد هارتمن، روند کاهشی نسبت نوسلت متوسط تا رایلی‌های بالاتری ادامه پیدا می‌کند.

۹- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، انتقال گرمای جابجایی آزاد در محفظه مربعی شکل مورب حاوی نانوسیال، تحت تأثیر میدان مغناطیسی، بررسی شد. برای این منظور معادلات حاکم توسط الگوریتم سیمپل حل شدند و تأثیر زاویه محفظه، اعداد رایلی و هارتمن و درصد حجمی نانوذرات بر روی میدان جریان و آهنگ انتقال گرما به دست آمد و نتایج زیر حاصل شد:

- ۱- افزایش عدد رایلی موجب افزایش سرعت جریان درون محفظه بواسطه‌ی افزایش اختلاف دمای صفحات گرم و سرد می‌شود و همچنین این افزایش موجب بهبود انتقال گرما از محفظه شده و باعث افزایش نوسلت متوسط می‌شود.
- ۲- با افزایش میزان قدرت میدان مغناطیسی که ناشی از افزایش عدد هارتمن است، می‌توان سرعت جریان و میزان انتقال گرما را کنترل کرد، زیرا با افزایش عدد هارتمن، سرعت جریان کاهش می‌یابد و به تبع آن میزان انتقال گرما و نوسلت متوسط نیز کاهش می‌یابد.
- ۳- افزایش کسر حجمی نانوذرات، در رایلی‌های متفاوت رفتار یکسانی را نشان نمی‌دهد. در رایلی‌های پایین، مکانیزم غالب انتقال گرما، رسانش می‌باشد که در آن با افزایش

کسر حجمی، میزان انتقال گرمای رسانشی افزایش می‌یابد. به ازای عدد رایلی 10^5 که مکانیزم غالب انتقال گرما در حال گذار از رسانش به جابجایی است، با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، به علت افزایش لزجت و کاهش جابجایی نانوسیال، آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابد. به ازای رایلی‌های بالاتر، با افزایش کسر حجمی نانوسیال، میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد.

۴- با توجه به نتایج به دست آمده، از زاویه محفظه می‌توان برای کنترل آهنگ انتقال گرما استفاده کرد. به ازای تمامی رایلی‌ها، حداقل مقدار نوسلت متوسط دیوار سرد، در زاویه 45° درجه رخ می‌دهد. به علاوه در عدد رایلی 10^3 ، نوسلت متوسط با تغییر زاویه محفظه تغییر چندانی نمی‌کند، بنابراین در رایلی کم (10^3)، تأثیر تغییر زاویه بر آهنگ انتقال گرما چشمگیر نخواهد بود.

۱۰- فهرست علائم

g	شتاب جاذبه زمین (m/s^2)
B_0	قدرت میدان مغناطیسی
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه (J/kgK)
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی (W/m^2k)
k	رسانایی گرمایی (W/mk)
\bar{p}	فشار اصلاح شده ($p + \rho_c g y$)
P	فشار بی‌بعد ($P = \bar{p} L^2 / \rho_f \alpha_f^2$)
p	فشار (Pa)
u	سرعت در جهت x (m/s)
U	سرعت بی‌بعد در جهت x ($U = u / L \alpha_f$)
v	سرعت در جهت y (m/s)
V	سرعت بی‌بعد در جهت y ($V = v / L \alpha_f$)
x	طول (m)
X	طول بدون بعد ($X = x / L$)
y	عرض (m)
Y	عرض بدون بعد ($Y = y / L$)
Ra	عدد رایلی ($Ra = g \beta_f L^3 (T_h - T_c) / \nu_f \alpha_f$)
Nu	عدد نوسلت ($Nu = hL / k$)
Pr	عدد پرانتل ($Pr = \nu_f / \alpha_f$)
Ha	عدد هارتمن ($Ha = B_0 L \sqrt{\sigma_f / \rho_f \nu_f}$)

۱۱- علائم یونانی

α	پخشندگی گرمایی (m^2/s)
β	ضریب انبساط گرمایی ($1/k$)
φ	کسر حجمی نانوذرات
γ	زاویه محفظه نسبت به افق
μ	لزجت دینامیکی (Ns/m^2)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2/s)
θ	دمای بی‌بعد ($\theta = T - T_c / T_h - T_c$)
ρ	چگالی (kg/m^3)
σ	رسانایی الکتریکی ($\mu S/cm$)
ψ	تابع جریان

- [13] Mehmet C. E., Elif, Natural B., Convection flow under a magnetic field in an inclined square enclosure differentially heated on adjacent walls, *Meccanica*, Vol. 42, 435-449, 2007.
- [14] Teamah M. A., Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source, *Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 237-248, 2008.
- [15] Ghasemi B., Aminossadati S. M., Raisi A., Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Science*, pp. 1748-1756, 2011.
- [16] Pirmohammadi M., Ghassemi M., Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure, *Int. Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 776-780, 2009.

[۱۷] شیخ زاده قنبر علی، بابایی محمدرضا، رحمانی وحید، پیرمحمدی

محسن، "بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر میدان دما و انتقال

حرارت در یک محفظه دو بعدی"، کنفرانس سالانه فیزیک ایران، ۱۳۸۷

- [18] Xu B., Li B. Q., Stock D. E., Nithyadevi N., "An experimental study of thermally induced convection of molten gallium in magnetic field", *Hournal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 2009-2019, 2006.

[۱۹] ملک پور علی، قاسمی بهزاد، بررسی اثر میدان مغناطیسی بر

انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه مثلثی، *مجله مهندسی*

مکانیک مدرس، دوره ۱۳، شماره ۳، ص ۱۰-۲۱، ۱۳۹۲.

- [20] Al-Zamily A. M. J, Effect of magnetic field on natural convection in a nanofluid-filled semi-circular enclosure with heat flux source, *Computers & Fluids*, Vol. 103 pp. 71-85, 2014.

- [21] Xuan Y., Roetzel W., Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3701-3707, 2000.

- [22] Maxwell J. C., A treatise on Electricity and Magnetism, Oxford University Press, Cambridge, 2nd ed., pp. 435-441, 1904.

- [23] Brinkman H. C., The Viscosity of concentrated Suspensions and Solution, *J. Chem.Phys*, Vol. 20, pp. 571-581, 1952.

۱۲- زیر نویس ها

پایین	b
سرد	c
سیال	f
گرم	h
سمت چپ	L
بیشترین مقدار	max
نانوسیال	nf
نانو ذره	P

۱۳- مراجع

- [1] Ozoe H., Okada K., The effect of the direction of the external magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubical enclosure", *International Journal of Heat and Mass transfer*, Vol. 32, No. 10, pp. 1939-1954, 1989.

- [2] Garandet J. P., Alboussiere T., Moreau R., Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 4, pp. 741-748, 1992.

- [3] Xuan Y., Roetzel W., Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids", *International Journal of Heat and Mass ransfer*, Vol. 43, pp. 3701-3707, 2000.

- [4] Aminossadati S.M., Ghasemi B., Natural convection coolin of a localized heat source at the bottom of a nanofluid - filled enclosure, *European journal of mechanics B/fluid*, Vol. 28, pp. 630-640, 2009.

- [5] Abu-Nada E., Oztop H.F., Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu-Water nanofluid, *International Journal of HeatFluid Flow*, Vol. 30, pp.669-678, 2009.

- [6] HemmatEsfe M., Ghadak F., Haghiri A., Mir-Talebi S., Numerical study of mixed convection in a two-sided inclined lid-driven cavity utilizing nano-fluid with various inclination angles and ununiformed temperature, *Journal of Mechanical Aerospace*, Vol. 8, No. 2, pp. 69-83, 2012.

[۷] کریمی سمانه، قاسمی بهزاد، انتقال حرارت

جابجایی آزاد نانوسیال آب-آلومینا در محفظه L شکل

مورب، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۳، شماره

۲، ص ۱۳۳-۱۴۴، ۱۳۹۲.

- [8] Jmai R., Ben-Beya B., Lili T., Heat transfer and fluid flow of nanofluid-filled enclosure with

- two partially heated side walls and different nanoparticles, *Superlattices and Microstructures*, Vol. 53, pp. 130-154, 2013.

- [9] Bouhaleb M., Abbassi H., Natural convection of nanofluids in enclosures with low aspect ratios, *International journal of hydrogen energy*, Vol. 39, No. 2, pp. 15275-15286, 2014.

- [10] Corcione M., Cianfrini M., Quintino A., Enhanced natural convection heat transfer of nanofluids in enclosures with two adjacent walls heated and the two opposite walls cooled, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 88, pp. 902-913, 2015

- [11] Fontes D. H., Santos D. D. O., Padilla E. L. M, Filho E. P. B., Two numerical modelings of free convection heat transfer using nanofluids inside a square enclosure, *Mechanics Research Communications*, Vol. 66, pp. 34-43, 2015.

- [12] Al-Najem N. M., Khanafer K. M., El-Refae M. M., Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field, *International Journal of Numerical Methods Heat Fluid Flow*, Vol. 8, pp. 651-672, 1998.