

ارائه روشی جدید برای تعیین میانگین موضعی در روش تجزیه مود تجربی

دانشیار، دانشگاه تبریز، دانشکده فنی مهندسی مکانیک
کارشناس ارشد، دانشگاه تبریز، دانشکده فنی مهندسی مکانیک
کارشناس ارشد، دانشگاه تبریز، دانشکده فنی مهندسی مکانیک

موسی رضائی*
امین ترقی اسگوئی
حسام‌الدین ارغند

چکیده

در این پژوهش با ارائه تعریف جدیدی برای میانگین موضعی، روش متداول تجزیه مود تجربی بهبود داده شده است. تحقیقات زیادی برای بهبود الگوریتم تجزیه مود تجربی در بخش‌های مختلف آن صورت گرفته است. میانگین موضعی به دلیل تکرار آن در هر مرحله از فرایند غربال‌گری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در روش ارائه شده با لحاظ کردن میزان تغییرات سیگنال در بین هر دو اکستریم متوالی، میانگین موضعی با دقت بیشتری نسبت به روش متداول تعیین می‌گردد.

این روش به کنترل بهتر فراجش‌ها که در روش متداول برای تعیین پوش‌ها ایجاد می‌شود کمک می‌کند. مزیت اصلی روش حاضر نسبت به روش متداول توانایی بیشتر آن در جداسازی اجزای سیگنال با مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم می‌باشد که به تفسیر بهتری از سیگنال منجر می‌شود. مزایای روش حاضر نسبت به روش متداول با ارائه و تحلیل سیگنال‌های شبیه‌سازی شده نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: سیگنال‌های ناپایا، تجزیه مود تجربی، تابع مود ذاتی، میانگین موضعی، فراجش.

A New Method for Obtaining the Local Mean in the Empirical Mode Decomposition Algorithm

M. Rezaee

A. Taraghi Osguei

H. A. Arghand

Associate professor, University of Tabriz, Faculty of Mechanical Engineering

M.Sc. Student, University of Tabriz, Faculty of Mechanical Engineering

M.Sc. Student, University of Tabriz, Faculty of Mechanical Engineering

Abstract

This paper introduces a new definition for local mean to improve the empirical mode decomposition (EMD) algorithm. There is a lot of research going on the development of empirical mode decomposition algorithm. Due to the repetition of the local mean in each step of the sifting process of EMD algorithm, determination of the local mean is one of the important sections of this algorithm. In the proposed method, local mean has been calculated comparatively more accurate than common algorithm by considering the signal fluctuation between each two consecutive extrema. This modification which is made on the EMD method, controls the overshoot of the envelop curves in common EMD method. The modified EMD method can resolve the spectral components differing by less than one octave, more efficiently than common EMD method and gives better interpretation of the signal. The advantages of the present method have been proved through analyzing some simulated signals.

Keywords: Non-stationary Signals, Empirical Mode Decomposition, Intrinsic Mode Function, Local Mean, Overshoot.

۱- مقدمه

هر سیگنالی که از یک سنسور به دست می‌آید حاوی داده‌های اندازه‌گیری شده‌ای از سیستم موردنظر است. برای تجزیه و تحلیل این داده‌ها، پردازش سیگنال به دست آمده یک نیاز ضروری است. پردازش سیگنال به آشکارسازی اطلاعات نهفته در سیگنال به دست آمده و شناسایی پدیده‌های گذرای پنهان در آن کمک می‌کند. بر اساس نوع آنالیزهای به کار رفته در تحلیل سیگنال‌ها می‌توان آنها را به سه دسته کلی شامل حوزه زمان، حوزه فرکانس و حوزه زمان-فرکانس تقسیم نمود. تکنیک‌های حوزه زمان و حوزه فرکانس برای پردازش سیگنال‌های ارتعاشی و عیب‌یابی مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجایی که توزیع طیفی یک سیگنال ناپایا نسبت به زمان متغیر است، برای آنالیز چنین سیگنال‌هایی استفاده از روش‌های زمان-فرکانس ضروری است. توزیع‌های طیفی زمان-فرکانس کوهن^۱ [۱]، تبدیل فوریه زمان کوتاه^۲ [۲] و توزیع زمان-فرکانس بر پایه موجک [۳] نمونه‌ای از این موارد هستند. اخیراً هوانگ و همکارانش [۵ و ۴] یک توزیع زمان-فرکانس جدید بر پایه تبدیل هیلبرت-هوانگ ارائه داده‌اند که دارای مزایایی نسبت به سایر توزیع‌ها می‌باشد. این روش برای اولین بار در سال ۱۹۹۸ برای تحلیل داده‌های غیرخطی و ناپایا ارائه شد [۴]. استفاده از این روش در زمینه‌های مختلفی مانند مطالعات ژئوفیزیکی [۶]، آب‌وهوایی [۷]، اقیانوس‌شناختی [۸] و کاربردهای مهندسی از جمله عیب‌یابی [۹] مورد توجه قرار گرفته است.

تبدیل هیلبرت-هوانگ به ترتیب از دو بخش اصلی تجزیه مود تجربی^۳ و تبدیل هیلبرت تشکیل شده است. تحقیقات زیادی بر روی هر یک از این دو بخش صورت گرفته است که بخش دوم بیشتر بر روی ارائه تعریفی دقیق از فرکانس آنی و تابع تک‌جزئی بر اساس تبدیل هیلبرت متمرکز شده است [۱۰ و ۱۱]. مطالعات بر روی تجزیه مود تجربی نیز به دو دسته تقسیم می‌شود که گروه اول در تلاش برای ارائه روشی جایگزین برای تجزیه مود تجربی هستند [۱۲] و در مقابل مطالعات دسته دوم بر اصلاح روش تجزیه سعی دارند [۱۳]. نحوه تجزیه سیگنال اصلی به توابع مود ذاتی^۴ بر اساس تجزیه مود ذاتی مزیت اصلی تبدیل هیلبرت-هوانگ نسبت به سایر تبدیل‌ها محسوب می‌شود. بنابراین بهبود این روش برای استفاده از آن در تحلیل سیگنال‌های حاصل از سیستم‌های مختلف و برای اهداف متفاوت بسیار حائز اهمیت است.

مطالعات صورت گرفته بر روی تجزیه مود تجربی و محدودیت‌های آن از جهات مختلفی قابل بررسی است. معیار توقف برای تعیین تابع مود ذاتی در فرایند غربال همواره یکی از بخش‌های مورد توجه بوده است. گاهی معیارهای توقف ارائه شده به عدم همگرایی فرایند غربال می‌انجامد. از این‌رو هوانگ و همکاران در بررسی‌های بعدی، معیارهای توقف با مبانی نظری متفاوتی را معرفی کرده‌اند [۱۴]. از آنجایی که معیار دقیقی برای انتخاب بهترین توابع مود ذاتی وجود ندارد، معیار توقف به عنوان یکی از پارامترهای بسیار مهم در فرایند غربال می‌باشد که می‌تواند در انتخاب مناسب توابع مود ذاتی نقش اساسی ایفا کند. فرکانس نمونه برداری [۱۵]، تأثیر انتهای سیگنال^۵ بر روی نحوه تجزیه [۱۶] و ... بخش دیگری از مطالعات صورت گرفته برای بهبود روش تجزیه مود تجربی را شامل می‌شود.

بدون تردید نحوه تعیین میانگین موضعی در تجزیه مود تجربی، اصلی‌ترین بخش روش تجزیه مود تجربی می‌باشد. برای جداسازی هر تابع مود ذاتی، محاسبه میانگین موضعی برای چندین بار متوالی مورد نیاز است و هر گونه تغییر در نحوه محاسبه میانگین موضعی به نتایج متفاوتی منجر می‌شود. چن و همکارانش برای محاسبه دقیقتر میانگین موضعی و کنترل فراجش‌ها از B -اسپیلاین به جای اسپیلاین مکعبی در محاسبه پوش‌های سیگنال در هر مرحله از تجزیه مود تجربی استفاده کرده‌اند [۱۳].

در تحقیق حاضر یک ایده جدید برای محاسبه میانگین موضعی معرفی شده و سپس بر این اساس تجزیه مود تجربی صورت می‌پذیرد. بر اساس روش ارائه شده به جای استفاده از پوش‌های سیگنال در هر مرحله از تجزیه، برای محاسبه میانگین موضعی از شیوه متفاوتی استفاده می‌شود. در این روش برای محاسبه میانگین موضعی تغییرات سیگنال در بازه بین هر دو اکستریم متوالی مورد توجه قرار می‌گیرد. از آنجایی که روش جدید تغییرات سیگنال را در محاسبه میانگین موضعی مدنظر قرار می‌دهد تخمین مناسبتری از میانگین موضعی در اختیار قرار می‌دهد. این روش تجزیه، فراجش‌های ایجاد شده در محاسبه پوش‌ها به روش متداول را کنترل کرده و امکان جداسازی مولفه‌های با فرکانس‌های نزدیک به هم را فراهم می‌کند.

۲- معرفی روش تجزیه مود تجربی

در این روش تجزیه فرض می‌شود که سیگنال در هر لحظه ترکیبی از چند مود نوسانی است که هر یک از این مودها می‌تواند فرکانس‌های متغیر نسبت به زمان داشته باشد [۴]. بر این اساس این روش یک سیگنال را با دو شرط به توابع مود

¹ Cohen Time-Frequency Distribution

² Short Time Fourier Transform (STFT)

³ Empirical Mode Decomposition (EMD)

⁴ Intrinsic Mode Function (IMF)

⁵ End Effect

ذاتی به دست آمده شامل نوسانات با زمان تناوب کم می‌باشد که در مرحله اول از سیگنال جدا می‌شود:

$$x(t) - c_1 = r_1 \quad (5)$$

باقیمانده به دست آمده از رابطه بالا دارای نوسانات با زمان تناوب بزرگتر می‌باشد. بر این اساس باقیمانده به دست آمده به عنوان داده جدید در نظر گرفته می‌شود و فرایند غربال بر روی آن اعمال می‌گردد تا یک تابع مود ذاتی دیگر با فرکانس پایین‌تر استخراج شود. این روند به صورت متوالی بر روی تابع باقیمانده در هر مرحله اعمال می‌گردد که نتایج به صورت زیر قابل بیان است:

$$r_1 - c_2 = r_2 \quad (6)$$

...

$r_{n-1} - c_n = r_n$

زمانی فرایند تجزیه به صورت کامل پایان می‌پذیرد که سیگنال باقیمانده به یک تابع هموار و یا تابعی با یک اکستریم تبدیل شود. همچنین می‌توان تجزیه را در مرحله‌ای که مقدار باقیمانده دارای دامنه کمی نسبت به سیگنال اصلی باشد متوقف کرد [۴]. بنابراین سیگنال اصلی را می‌توان به صورت زیر بر حسب توابع مود ذاتی بیان کرد:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n \quad (7)$$

بدین روش سیگنال داده شده به n تابع مود ذاتی و یک باقیمانده تجزیه می‌گردد به طوری که حاصل جمع توابع مود ذاتی و باقیمانده به دست آمده، سیگنال اولیه را بازسازی می‌نمایند.

۳- کاستی فرایند غربال در جداسازی فرکانس‌های نزدیک به هم

فرایند غربال در تجزیه سیگنال‌های تجربی با کاستی‌هایی همراه است که از آن جمله می‌توان به عدم تشخیص سیگنال‌های ضعیف پنهان در سیگنال‌های قوی، نامفهوم بودن هر تابع مود ذاتی به تنهایی و عدم جداسازی فرکانس‌های نزدیک به هم اشاره کرد [۴]. تجزیه مود تجربی می‌تواند مولفه‌هایی فرکانسی با فاصله بیش از یک اکتاو^۲ را از یکدیگر جدا کند [۱۷] ولی در صورتی که اجزای یک سیگنال دارای فرکانس‌های لحظه‌ای نزدیک به هم باشند فرایند غربال قادر به

ذاتی تجزیه می‌کند. اولاً در طول سیگنال تعداد تقاطع‌ها با محور افقی و تعداد اکستریم‌ها برابر هستند و یا دارای یک اختلاف می‌باشند. ثانیاً در هر لحظه میانگین پوش بالایی که توسط بیشینه‌ها و پوش پایینی که توسط کمینه‌ها تعیین می‌شود صفر باشد. شرط اول متناظر با باند باریک بودن در فرایندهای پایای گوسی می‌باشد و شرط دوم یک ایده جدید است که یک شرط کلی کلاسیک را به یک شرط موضعی تبدیل می‌کند. با در نظر گرفتن این دو تعریف برای تابع مود ذاتی می‌توان یک سیگنال را تجزیه نمود.

مراحل زیر برای به دست آوردن توابع مود ذاتی برای یک سیگنال دلخواه باید به ترتیب دنبال شود. فرایند غربال با شناسایی اکستریم‌ها شروع می‌شود. در ادامه با عبور دادن اسپیلاین مکعبی از بیشینه‌ها و کمینه‌ها، پوش‌های بالا و پایین تعیین می‌گردد. پوش‌های بالا و پایین معمولاً تمام داده‌ها را احاطه می‌کنند. میانگین این پوش‌ها با m_1 مشخص می‌گردد. اختلاف بین سیگنال اصلی و m_1 به عنوان الگوی اولیه‌ای از تابع مود ذاتی اول به دست می‌آید:

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (1)$$

اگر الگوی به دست آمده، شرایط تابع مود ذاتی را ارضا نکند تکرار مراحل بالا مورد نیاز خواهد بود. این تکرار دو تأثیر روی توابع مود ذاتی خواهد داشت: اولاً موج‌های سوار^۱ بر تابع مود ذاتی را حذف می‌کند. ثانیاً شکل موج را متقارن می‌کند. این تکرار تا زمانی که الگوی به دست آمده شرایط تابع مود ذاتی را تأمین کند ادامه می‌یابد.

در فرایند تکرار h_1 به عنوان الگویی از تابع مود ذاتی به شرایط تابع مود ذاتی نزدیکتر می‌شود و در مرحله k ام، رابطه زیر برقرار است:

$$h_{1(k-1)} - m_{1k} = h_{1k} \quad (2)$$

زمانی که شرایط مذکور تأمین گردید h_{1k} به عنوان اولین تابع مود ذاتی خواهد بود:

$$c_1 = h_{1k} \quad (3)$$

برای تأمین همگرایی در فرایند غربال، معیار زیر برای توقف در نظر گرفته می‌شود [۴]:

$$SD_k = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{k-1}^2(t)} \quad (4)$$

اگر مقدار به دست آمده از معیار توقف بالا از مقدار تعیین شده قبلی کمتر باشد فرایند غربال متوقف می‌گردد. اولین تابع مود

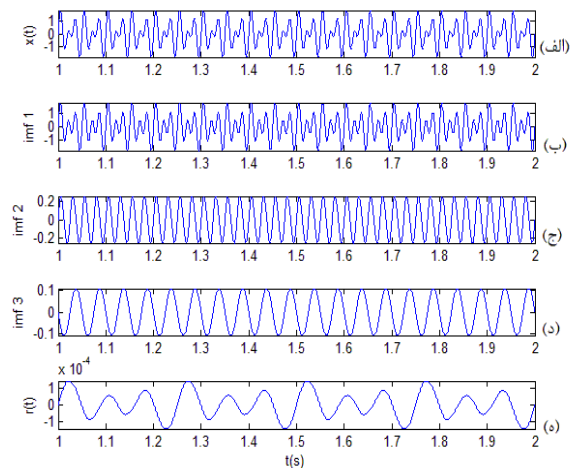
² Octave

¹ riding waves

شناسایی و تمییز آن‌ها از همدیگر نمی‌باشد. برای توضیح این مساله سیگنال زیر را در نظر می‌گیریم:

$$x(t) = \sin(60 \times 2\pi t) + \sin(40 \times 2\pi t) \quad (8)$$

با توجه به اینکه فاصله فرکانسی اجزای سیگنال $x(t)$ در رابطه (۸) کمتر از یک اکتاو می‌باشد نشان داده می‌شود که این روش توانایی جداسازی دو مولفه سیگنال در نظر گرفته شده را ندارد. در این تحقیق زمانی که فاصله فرکانسی مولفه‌های یک سیگنال در هر لحظه به اندازه‌ای باشد که روش تجزیه مود تجربی قادر به جداسازی آن‌ها از یکدیگر نباشد به آن دو فرکانس، فرکانس‌های نزدیک به هم اطلاق خواهد شد و همچنین اگر دو مولفه فرکانسی به خوبی قابل جداسازی باشند به آن‌ها فرکانس‌های دور از یکدیگر گفته خواهد شد. با تجزیه سیگنال مورد نظر به روش تجزیه مود تجربی متداول نتیجه به صورت شکل ۱ حاصل می‌شود:



شکل ۱- تجزیه مود تجربی سیگنال $x(t)$ با دو مولفه فرکانسی نزدیک به هم: الف) سیگنال اولیه، ب-د) توابع مود ذاتی اول تا سوم، ه) باقیمانده

همچنانکه از شکل ۱ مشاهده می‌شود یک مولفه نامفهوم به عنوان تابع مود ذاتی سوم ظاهر شده است و تابع مود ذاتی دوم نیز فقط ۲۰ درصد دامنه هارمونیک پایین سیگنال، 40Hz می‌باشد و بقیه دامنه آن بر اندازه دامنه توابع مود ذاتی اول و سوم تأثیر گذاشته است. همین مثال ساده به خوبی بیانگر کاستی این روش در جداسازی مولفه‌های یک سیگنال با فرکانس‌های نزدیک به هم می‌باشد.

۴- معرفی میانگین موضعی جدید و اثر آن بر تجزیه

مود تجربی

میانگین موضعی بر اساس روش متداول تجزیه مود تجربی به صورت میانگین پوش‌های منحنی که از روی اکستریم‌ها و با برازش اسپیلاین مکعبی به دست می‌آید تعریف می‌گردد. در مراجع دلیل ریاضی برای این تعریف ارائه نشده است و تنها به صورت کیفی به ارتباط بین پوش‌ها و انرژی سیگنال اشاره شده است. در این بخش میانگین موضعی جدیدی معرفی می‌شود که دارای مزایایی نسبت به تعریف قبلی می‌باشد.

برای تعریف میانگین موضعی، ابتدا اکستریم‌های سیگنال را شناسایی کرده و در بردار E قرار می‌دهیم به گونه‌ای که عناصر بردار E به صورت یک در میان نشان‌دهنده بیشینه‌های نسبی و کمینه‌های نسبی است. سپس اختلاف بین هر دو اکستریم متوالی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$d_i = |y_{E_i} - y_{E_{i-1}}| \quad (9)$$

برای هر یک از بیشینه‌ها و کمینه‌ها به ترتیب با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱) دو نقطه در طرفین آن به دست می‌آید:

$$y_{u_{2i-1}} = y_{E_i} - \frac{d_i}{n} \quad y_{u_{2i}} = y_{E_i} + \frac{d_{i+1}}{n} \quad (10)$$

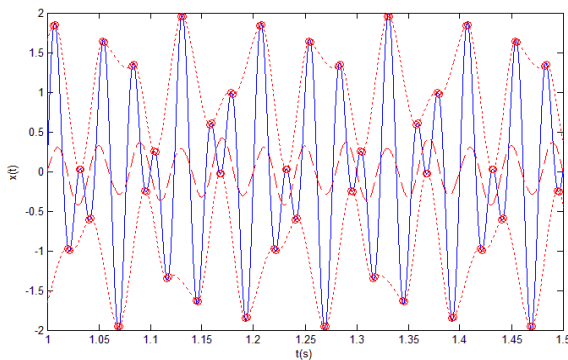
$$y_{d_{2j-1}} = y_{E_j} + \frac{d_j}{n} \quad y_{d_{2j}} = y_{E_j} - \frac{d_{j+1}}{n} \quad (11)$$

در روابط اخیر $y_{u_{2i-1}}$ و $y_{u_{2i}}$ نشان دهنده دو نقطه در طرفین بیشینه نسبی y_{E_i} ، و $y_{d_{2j-1}}$ و $y_{d_{2j}}$ بیانگر دو نقطه در طرفین کمینه نسبی y_{E_j} می‌باشد. همچنین n یک عدد ثابت بزرگتر از ۲ است و هر چه مقدار آن افزایش یابد نقاط تعیین شده در طرفین اکستریم‌ها به اکستریم‌ها نزدیک می‌شوند. با معلوم شدن عرض نقاط به کمک روابط (۱۰) و (۱۱)، طول نقاط مذکور با استفاده از داده‌های سیگنال در هر مرحله به دست می‌آید.

سپس به کمک نقاط به دست آمده از بیشینه‌ها و کمینه‌ها، دو منحنی با اسپیلاین مکعبی به ترتیب برای y_{u_i} و y_{d_j} و در هر بازه عبور داده می‌شود. میانگین دو برازش مذکور که جایگزین پوش‌ها شده است به عنوان میانگین موضعی در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۲ میانگین موضعی برای یک سیگنال به کمک این روش و به ازای مقدار $n = 10$ رسم شده است

در روش جدید به دلیل اینکه تعداد نقاط برای برازش اسپیلاین‌ها دو برابر می‌شود، کنترل بیشتری بر روی فراجهش‌ها وجود دارد و تأثیر نامطلوب فراجهش‌ها در تعیین میانگین موضعی تا حد زیادی از بین می‌رود. در شکل ۴ میانگین موضعی با استفاده از روش جدید و به ازای $n = 100$ محاسبه شده است. در این شکل به خوبی می‌توان کنترل فراجهش در تعیین میانگین را مشاهده نمود. برای مثال در شکل ۳ در بازه $t = 1.05s$ تا $t = 1.1s$ در تعیین پوش بالا یک فراجهش مشاهده می‌شود که بر روی میانگین موضعی اثر نامطلوب دارد.

همانگونه که از شکل ۴ دیده می‌شود در روش ارائه شده اثر نامطلوب فراجهش کنترل می‌شود. علاوه بر این، افزایش مقدار n در روش جدید منجر به پوش‌های سیگنال می‌شود.

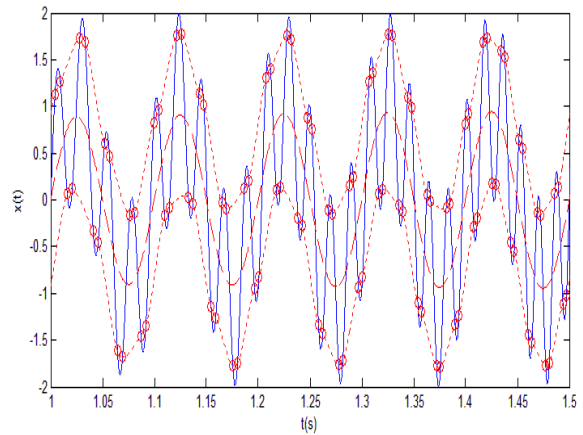


شکل ۴- نحوه کنترل فراجهش به کمک روش جدید و به ازای $n = 100$: سیگنال اصلی (—)، منحنی‌های جایگزین پوش‌ها (...)، میانگین موضعی (---)

با مطالعه بیشتر بر روی سیگنال‌هایی که مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم دارند یعنی فاصله فرکانسی آن‌ها کمتر از یک اکتاو می‌باشد، مشخص شد که یکی از دلایل تأثیرگذار در عدم جداسازی موفق این سیگنال‌ها تعیین نامناسب پوش‌های سیگنال می‌باشد [۱۸]. مثال زیر این موضوع را آشکار می‌کند:

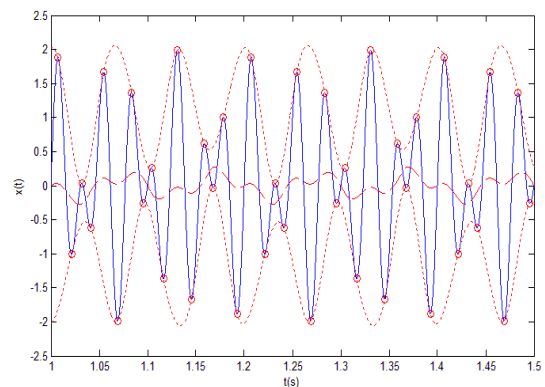
$$x(t) = \sin(3 \times 2\pi t^2) + \sin(6 \times 2\pi t) \quad (12)$$

سیگنال در نظر گرفته شده دو مولفه دارد که فرکانس مولفه اول، $f_1 = 6t$ ، متغیر با زمان است و با گذشت زمان افزایش می‌یابد در حالیکه فرکانس مولفه دوم، $f_2 = 6$ ، ثابت است. این دو مولفه در $t = 1s$ فرکانس‌های کاملاً یکسانی دارند ولی با افزایش زمان، فرکانس‌های دو مولفه از هم دور می‌شوند و در $t = 2s$ فرکانس اولین مولفه دو برابر فرکانس مولفه دوم



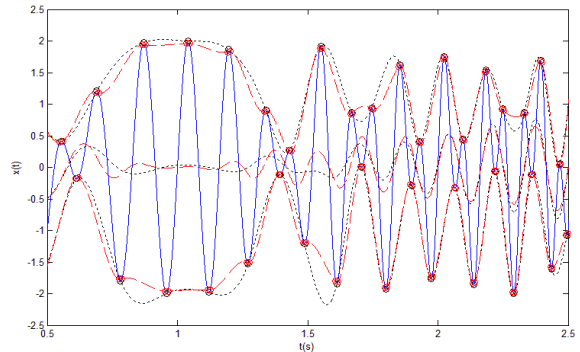
شکل ۲- میانگین موضعی تعریف شده به روش جدید و به ازای ضریب $n = 10$: سیگنال اصلی (—)، منحنی‌های جایگزین پوش‌ها (...)، میانگین موضعی (---)

در شکل ۲ خطوط نقطه‌چین نشان دهنده منحنی‌های عبور کننده از نقاط به دست آمده در طرفین اکستریم‌ها هستند و منحنی خط‌چین نشان‌دهنده میانگین موضعی جدید می‌باشد. این روش دارای مزایایی نسبت به تعریف متداول میانگین موضعی است. در روش متداول برای تعیین پوش‌ها از روی اکستریم‌ها با استفاده از اسپیلاین مکعبی، فراجهش‌هایی به وجود می‌آید که یکی از مشکلات و محدودیت‌های عمده این روش می‌باشد. این مسأله بر تعیین میانگین موضعی نیز تأثیر قابل توجه و نامطلوبی دارد. در نتیجه میانگین موضعی به دست آمده از روی پوش‌های تعیین شده به روش متداول نمی‌تواند میانگین موضعی سیگنال مدنظر را به خوبی تعیین کند. در شکل ۳ تأثیر فراجهش‌ها در تعیین پوش‌های یک سیگنال نمونه از روی اکستریم‌های آن نشان داده شده است که این موضوع بر میانگین موضعی اثرگذار می‌باشد.



شکل ۳- فراجهش‌ها در تعیین پوش‌های سیگنال از روی اکستریم‌ها: سیگنال اصلی (—)، پوش‌ها (...)، میانگین موضعی (---)

می‌شود و امکان جداسازی آن‌ها وجود دارد. در شکل زیر اولین میانگین موضعی با استفاده از دو روش نشان داده شده است.



شکل ۵- مقایسه میانگین موضعی محاسبه شده برای سیگنال (—): میانگین به دست آمده به همراه پوش‌های آن به روش متداول (...) و روش ارائه شده به ازای $n = 100$ (---)

چنانکه از شکل ۵ مشاهده می‌شود در محدوده $t = 0.8s$ تا $t = 1.2s$ میانگین موضعی محاسبه شده به هر دو روش تقریباً برابر صفر می‌باشد و دلیل آن فاصله بسیار نزدیک فرکانس‌های دو مولفه سیگنال است به طوری که تمایزی بین این دو مولفه وجود ندارد. در محدوده $t = 1.2s$ تا $t = 1.8s$ میانگین موضعی حاصل از روش متداول و روش ارائه شده با یکدیگر متفاوتند و دامنه نوسانات میانگین موضعی حاصل از روش جدید نسبت به روش متداول بیشتر می‌باشد که نشان‌دهنده توانایی بهتر روش ارائه شده در جداسازی مولفه‌های سیگنال در بازه مذکور است و میانگین موضعی جدید تفسیر بهتری از میانگین سیگنال نسبت به روش متداول ارائه می‌کند. در بازه‌های زمانی $t > 1.8s$ به دلیل دور شدن مولفه‌های فرکانسی و امکان جداسازی مولفه‌های سیگنال در فاصله بزرگتر از یک اکتاو، هر دو میانگین موضعی محاسبه شده بر یکدیگر منطبق می‌شوند که نشان‌دهنده توانایی هر دو روش در جداسازی مولفه‌های فرکانسی با فاصله بیش از یک اکتاو می‌باشد.

۵- مقایسه تجزیه مود تجربی به روش متداول و روش جدید

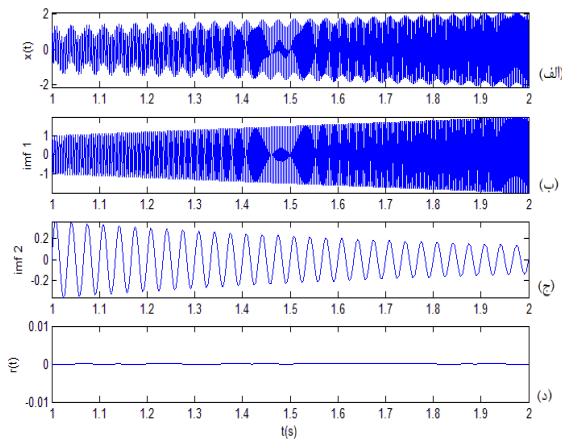
محاسبه دقیق میانگین موضعی در هر مرحله از استخراج توابع مود ذاتی باعث بهبود نتایج به دست آمده و افزایش دقت توابع مود ذاتی می‌شود. قسمت اصلی فرایند غربال، کنار گذاشتن میانگین موضعی از سیگنال مورد بررسی در هر مرحله از فرایند غربال است. این کار با هدف جدا کردن مولفه‌هایی با

فرکانس بالا است که بر مولفه‌های با فرکانس پایین سوار شده‌اند. بر این اساس افزایش دقت میانگین موضعی به دلیل تکرار محاسبه آن در هر مرحله‌ی تجزیه مود تجربی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

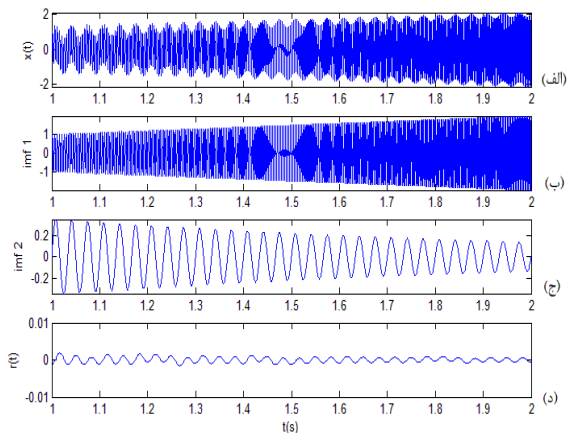
برای اینکه نشان داده شود روش جدید در جداسازی مولفه‌های یک سیگنال که فاصله بیش از یک اکتاو دارند به نتایج روش متداول منجر می‌شود مثال زیر را در نظر می‌گیریم.

$$x_1(t) = t \sin(100 \times 2\pi t^2 + 10 \times 2\pi) + e^{-t} \sin(30 \times 2\pi t) \quad (13)$$

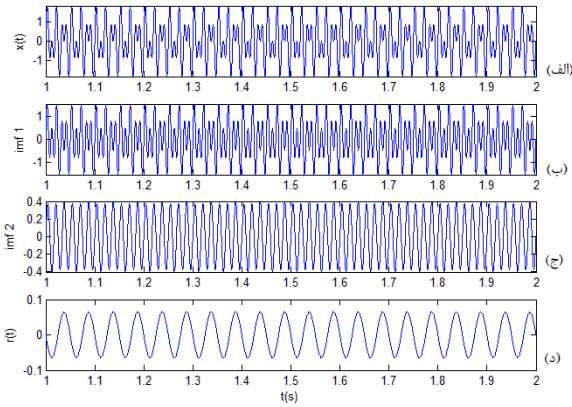
سیگنال ارائه شده در رابطه (۱۳) دارای دو مولفه می‌باشد که فاصله فرکانس‌های آن دو از لحظه $t = 0.3s$ بیش از یک اکتاو می‌باشد. تجزیه این سیگنال با دو روش متداول و روش ارائه شده در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل ۶- تجزیه سیگنال $x_1(t)$ به روش متداول الف) سیگنال اولیه، ب- ج) توابع مود ذاتی اول و دوم، د) باقیمانده



شکل ۷- تجزیه سیگنال $x_1(t)$ به روش جدید و به ازای $n = 100$ الف) سیگنال اولیه، ب- ج) توابع مود ذاتی اول و دوم، د) باقیمانده



شکل ۹- تجزیه سیگنال $x_2(t)$ به روش جدید و به ازای $n = 100$ (الف) سیگنال اولیه، ب- ج) توابع مود ذاتی اول و دوم، د) باقیمانده

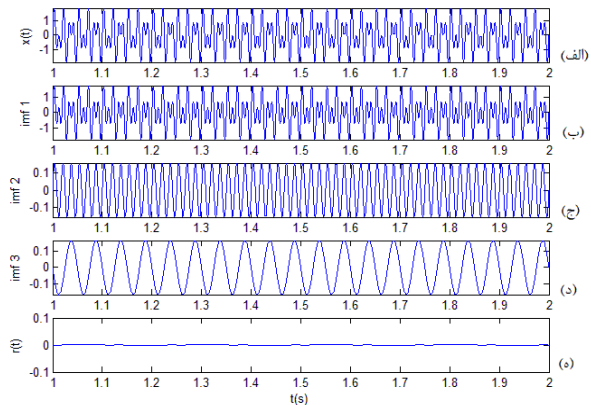
از آنجایی سیگنال $x_2(t)$ دارای مولفه‌هایی با فرکانس‌های نزدیک به هم می‌باشد بنابراین روش متداول قادر به جداسازی مولفه‌های این سیگنال نیست ولی روش جدید به دلیل کنترل فراجش و حساسیت زیاد به نوسان‌ها، بهتر از روش متداول این مولفه‌ها را جداسازی می‌کند. چنانکه در شکل ۸ مشاهده می‌شود در روش متداول، سیگنال به سه تابع مود ذاتی تجزیه شده است که تابع مود ذاتی سوم بی‌معنی است و تابع مود ذاتی دوم که نشان‌دهنده هارمونیک پایین‌تر است دارای دامنه 0.2 می‌باشد. تابع مود ذاتی اول نیز ترکیبی از دو مولفه می‌باشد زیرا مولفه دوم به خوبی از آن جدا نشده است. در تجزیه به روش جدید فقط دو تابع مود ذاتی وجود دارد که نشان‌دهنده مولفه های سیگنال هستند. علاوه بر این تابع مود ذاتی دوم به دست آمده از روش جدید دارای دامنه 0.4 می‌باشد و بیانگر جداسازی بهتر مولفه‌های سیگنال می‌باشد. مقایسه شکل‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهد گرچه هیچ یک از دو روش قادر به جداسازی دقیق مولفه‌ها نمی‌باشد ولی روش جدید به نتایج بهتری می‌انجامد. اولاً در شرایط یکسان تجزیه به روش جدید به دو مولفه منجر شده است در حالی که روش متداول سیگنال را به سه تابع مود ذاتی تجزیه کرده است که مود ذاتی سوم بی‌معنی است. ثانیاً دامنه هارمونیک پایین (تابع مود ذاتی دوم) در روش جدید بیش از 0.4 و در روش متداول، دامنه مولفه دوم سیگنال (تابع مود ذاتی دوم) کمتر از 0.2 است بنابراین تجزیه به روش جدید نتیجه را بیش از 50% درصد بهبود بخشیده است. ثالثاً اگر تابع مود ذاتی سوم در روش متداول که مولفه‌ای غیرواقعی و اضافی است به باقیمانده متناظر با روش متداول اضافه شود دامنه‌ی

هیچ‌یک مورد انتظار است هر دو روش به خوبی قادر به جداسازی مولفه‌های این سیگنال از یکدیگر می‌باشند. مقدار باقیمانده در روش جدید نسبت به روش متداول اندکی بیشتر است که دلیل آن حساسیت زیاد این روش در شناسایی فرکانس‌ها می‌باشد. برای تشخیص دقیق فرکانس‌ها، میانگین موضعی باید حساسیت بیشتری به تغییرات فرکانس داشته باشد و این حساسیت زیاد سبب نوسان میانگین موضعی می‌شود که در پایان روند غربال به باقیمانده سیگنال منتقل می‌شود از اینرو اختلاف بسیار جزئی مقدار باقیمانده‌ها قابل توجیه می‌باشد. با توجه به اینکه در روش متداول به میزان تغییر سیگنال در بازه بین دو اکستریم توجه نمی‌شود بنابراین روش متداول قادر به شناسایی فرکانس‌های نزدیک به هم نیست. در روش جدید برخلاف روش متداول به نحوه تغییرات منحنی توجه می‌شود بدین طریق امکان جداسازی فرکانس‌های نزدیک به هم فراهم می‌آید.

در به دست آوردن میانگین موضعی به روش جدید، اثر نامطلوب فراجش بر میانگین موضعی کاهش می‌یابد و باعث بهبود نتایج در استخراج توابع مود ذاتی می‌شود. برای نشان دادن مزیت روش جدید نسبت به روش متداول، سیگنال $x_2(t)$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم. این سیگنال متشکل از دو هارمونیک ساده با فرکانس‌های نزدیک به هم (کمتر از یک اکتاو) می‌باشد:

$$x_2(t) = \sin(100 \times 2\pi t) + \sin(60 \times 2\pi t) \quad (14)$$

تجزیه سیگنال $x_2(t)$ به توابع مود ذاتی با روش متداول و با استفاده از روش ارائه شده به ترتیب در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است:



شکل ۸- تجزیه سیگنال به روش متداول (الف) سیگنال اولیه، ب- د) توابع مود ذاتی اول و دوم، ه) باقیمانده

[4] Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. L., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N. C., Tung and C. C., Liu, H. H., "The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", Proceedings of Royal Society London A, Vol. 454, pp. 903-995, 1998.

[5] Huang, N. E., and Shen, S. S. P., "Hilbert-Huang transform and its applications", Interdisciplinary Mathematical Science, Vol. 5, World Scientific Publication Company, 2005.

[6] Huang, N. E., Chern, C. C., Huang, Salvino, K., L., Long, W., S. R., and Fan K. L., "A new spectral representation of earthquake data: Hilbert spectral analysis of station TCU129, Chi-Chi, Taiwan, 21 September 1999", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 91, pp. 1310-1338, 2001.

[7] Lundquist, J. K., "Intermittent and elliptical inertial oscillations in the atmospheric boundary layer", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 60, pp. 2661-2673, 2003.

[8] Wu, C. H., and Yao, A. F., "Laboratory measurements of limiting freak waves on currents", Journal of Geophysical Research, Vol. 109, 2004.

[9] Lin, S., Yang, J., and Zhou, L., "Damage identification of a benchmark building for structural health monitoring", Smart Materials and Structures, Vol. 14, pp. 162-169, 2005.

[10] Boualem Boashash,, "Estimation and interpreting the instantaneous frequency of a signal - part 1: fundamentals", Proceedings of the IEEE, Vol. 80, No. 4, 1992.

[11] Tao Qian and Sprobig, W., "Mono components for decomposition of signals", Mathematical Methods In Applied Science, Vol. 29, pp. 1187-1198, 2006.

[12] Olhede, S., and Walden, A. T., "The Hilbert spectrum via wavelet projections", Proceedings of Royal Society London A, Vol. 460, pp. 955-975, 2004.

[13] Chen, Q., N., Huang, E. S., Riemenschneider and Y. Xu., "A B-spline approach for empirical mode decomposition", Advances in Computational Mathematics, Vol. 24, pp. 171-195, 2006.

[14] Huang, N. E., Wu, M. L., Long, S. R. S., Shen, S., W. D. Qu, Gloersen, P., and K., Fan, L., "A confidence limit for the position empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis", Proceedings of Royal Society London A, Vol. 459, pp. 2317-2345 2003.

[15] Gabriel Rilling and Patrick Flandrin, "Sampling effects on the empirical mode decomposition", Advances in Adaptive Data Analysis, Vol. 1, No. 1, pp. 43-59, 2009.

[16] Wu, F., and Qu, L., "An improved method for restraining the end effect in empirical mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of large rotating machinery", Journal of Sound and Vibration, Vol. 314, pp. 586-602, 2008.

مولفه‌ی حاصل حدوداً $0/2$ خواهد بود، در صورتی که باقیمانده حاصل از روش جدید مقداری در حدود $0/05$ است.

۶- نتیجه‌گیری

برای تحلیل سیگنال‌های ناپایا، از روش‌هایی استفاده می‌شود که بر پایه حلقه‌های پس‌خوراند استوار هستند ولی تجزیه مود تجربی یک ابزار بسیار قدرتمندی است که بر خلاف سایر روش‌ها بر پایه‌های انطباق‌پذیر بنا شده و توابع پایه‌ای خاصی برای این روش تعریف نشده است. تجزیه یک سیگنال به وسیله این روش به توابع مود ذاتی منجر می‌شود که دارای مفهوم فیزیکی است. با وجود این مزایا، روش مذکور عیوبی نیز دارد که یکی از آنها عدم توانایی این روش در تحلیل سیگنال‌هایی با مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم می‌باشد.

در این پژوهش با معرفی روش جدیدی برای تعیین میانگین موضعی، فرایند تجزیه مود تجربی بهبود داده شده است. در روش ارائه شده از اکستریم‌ها و پوش‌های آنها برای تعیین میانگین موضعی استفاده نمی‌شود بلکه نقاطی در طرفین اکستریم‌ها تعیین می‌شود و میانگین موضعی بر اساس آنها محاسبه می‌گردد. با ارائه مثال‌هایی نشان داده شد که روش جدید، فراجبهش‌های پوش‌های روش متداول را کنترل کرده و در نتیجه تخمین بهتری از میانگین موضعی نسبت به روش متداول حاصل می‌شود. روش جدید برای سیگنال‌هایی که فاصله مولفه‌های فرکانسی آنها بیش از یک اکتاو می‌باشد همانند روش متداول به خوبی مولفه‌ها را از یکدیگر تفکیک می‌کند. در صورتی که برای مولفه‌هایی که فاصله آنها کمتر از یک اکتاو است، برخلاف روش متداول تفسیر بهتری را از محتویات سیگنال ارائه می‌کند. همانگونه که نشان داده شد، روش جدید زمانی که سیگنال دارای مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم می‌باشد برای تجزیه و تحلیل سیگنال بهتر از روش متداول است. علاوه بر این در صورتی که مولفه‌های فرکانسی بسیار به هم نزدیک باشند هر دو مولفه بر هم منطبق می‌شوند و قابل تفکیک از هم نمی‌باشند.

مراجع

- [1] Cohen, L., "Time-frequency analysis: theory and applications", Prentice Hall, 1995.
- [2] Protnoff M. R., "Time-frequency representation of digital signals and systems based on short-time fourier analysis", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, Vol. 28, No. 1, pp. 55-69, 1980.
- [3] Qian, S. E., "Introduction to time-frequency and wavelet transforms", Prentice Hall, 1st ed., Nov 2001.

[17] Michael Feldman, "Hilbert transform in vibration analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, pp. 735–802, 2011.

[۱۸] ترقی اسگوئی، امین، "کاربرد روش *EMD* در شناسایی پدیده‌های گذرای پنهان در سیگنال‌های ارتعاشی حاصل از سیستم‌های مکانیکی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تبریز، سال ۱۳۹۰.