

مدلسازی دینامیکی یک ربات بالزن با استفاده از روش باندگراف

کارشناس ارشد، پردیس بین‌الملل دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی و علوم
استادیار، پردیس بین‌الملل دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی و علوم
استاد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک
استادیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا

زهرا جهان‌بین
علی سلک‌غفاری*
علی مقداری
عباس ابراهیمی

چکیده

هدف از این تحقیق ارائه یک مدل دینامیکی کارآمد برای شبیه‌سازی عملکرد یک ربات بالزن با استفاده از روش باندگراف^۱ می‌باشد. در این راستا یک سامانه بالزن با کلیه اجزا تشکیل دهنده آن شامل بدنه اصلی و متعلقات، مکانیزم بال زدن، بال‌های انعطاف پذیر و سیستم پیشران شامل باطری، موتورهای جریان مستقیم و گیربکس‌ها در نظر گرفته می‌شود. در مقاله حاضر، مدل دینامیکی کامل سامانه مورد مطالعه با تعیین نقطه اتصال مناسب بین مدل دینامیکی اجزاء تشکیل دهنده آن از طریق درگاه‌های سعی و جریان تدوین شده و مدل کامپیوتری مورد نیاز برای شبیه‌سازی با استفاده از ساختار بلوک دیاگرامی Simulink در نرم افزار MATLAB ارائه می‌شود. مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی ارائه شده برای سامانه مورد مطالعه بیانگر صحت و دقت مدل باند گراف ارائه شده می‌باشد. نتایج ارائه شده در این مقاله نشان می‌دهد که مدل باندگراف پیشنهادی برای سامانه مورد مطالعه مدل جامعی برای شبیه‌سازی رفتار دینامیکی سیستم بوده و علاوه بر کارآمدی می‌تواند اطلاعات مفیدی را برای طراحان در اختیار قرار دهد.

واژه‌های کلیدی: ربات بالزن، باندگراف، مدلسازی دینامیکی، شبیه سازی، نرم افزار مطلب.

Dynamic Analysis of a Flapping Robot Employing Bond Graph Approach

Z. Jahanbin M.Sc. Student, Sharif University of Technology International Campus, Mechanical Engineering
A. Selk Ghafari Assistant Professor, Sharif University of Technology International Campus, Mechanical Engineering
A. Meghdari Professor, Sharif University of Technology, Mechanical Engineering
A. Ebrahimi Assistant Professor, Sharif University of Technology, Aerospace Engineering

Abstract

The main scope of this research is to propose an efficient model to simulate the flapping robot performance employing bond graph approach. For this purpose, complete constitutive elements of the system under investigation including main body and accessories, flapping mechanism, flexible wings and propulsion system consisting of battery, DC motors, and gear boxes are considered. The complete model of the system was developed appending bond graph model of the subsystems together utilizing appropriate junctions. A computer model was developed employing the block oriented structure of Simulink in MATLAB software for simulation studies. The very good agreements between the simulation and experimental results of the studied system, illustrates the validity and accuracy of the proposed bond graph model in this investigation. As a result, the offered approach presents a comprehensive and efficient model to get clear insight into the dynamic behavior of the flapping robot and provide helpful information designing such systems.

Keywords: Flapping Robot, Bond Graph, Dynamic Modeling, Simulation, MATLAB Software.

¹ Bond Graph

۱- مقدمه

بال زدن یکی از رایج‌ترین مکانیزم‌هایی است که در طراحی و ساخت ربات‌های پرنده مورد استفاده قرار می‌گیرد. مخلوقاتی مانند حشرات، پرندگان و ماهی‌ها که به طور ذاتی عملکرد آیرودینامیکی بسیار بالایی دارند از این مکانیزم جهت برخورداری از قدرت مانورپذیری بالا در طول مسیر حرکتی خود استفاده می‌کنند. این پرندگان می‌توانند حتی در حالتی که سرعت رو به جلو ندارند و یا سرعت آنها بسیار ناچیز است با تولید نیروی برآ توسط بال‌های خود، تا ارتفاع بسیار زیادی اوج بگیرند [۱]. این موضوع انگیزه اصلی طراحی و ساخت بالزن‌ها در مقیاس کوچک بوده است که منجر به ایجاد مزیت آیرودینامیکی منحصر بفردی در مقایسه با سیستم‌های پیشران با بال ثابت، متداول و بال چرخشی شده است. یک بالزن تقریباً شبیه یک پرنده واقعی پرواز می‌کند اما دارای وزن کم تر و برد عملیاتی بیشتری است. امروزه طراحی و ساخت مکانیزم‌های پروازی برای چنین بالزن‌های مکانیکی بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

پرواز در پرندگان بوسیله حرکت بال زدن با دامنه زیاد نسبت به مفصل بال همراه با تغییر شکل الاستیک موضعی بال تولید می‌شود. زاویه چرخشی ناشی از تغییر شکل الاستیک بال منجر به ایجاد زاویه حمله موثر و مناسب می‌گردد. همچنین حرکت‌های عمودی و رو به جلوی پرنده نیز جهت تامین مانورپذیری طبیعی در خلال پرواز نقش اساسی دارد. یکی از موضوعات مهم در طراحی یک سیستم بالزن تولید نیروی برآی مناسب و مولفه‌های رو به جلو توسط انتخاب محور و زاویه مناسب بالزن در شرایط پروازی شبه دائم است [۲]. در نتیجه به منظور شبیه‌سازی دینامیکی یک بالزن باید تغییر شکل الاستیک بال هنگام بال زدن در مدل پیشنهادی مد نظر قرار گیرد. انعطاف‌پذیری بال تأثیرات قابل توجهی در عملکرد آیرودینامیکی پرواز بالزن و صعود آن دارد. اما متأسفانه مطالعات بسیار اندکی در زمینه مدلسازی بال انعطاف پذیر در مقایسه با بال صلب انجام شده است. علاوه بر آن، بال انعطاف پذیر دارای عملکرد آیرودینامیکی بهتری (مانند نسبت نیروی برآ به نیروی پسا) در مقایسه با بال صلب در ایجاد پرواز با سرعت بالا است.

تاکنون برای مدلسازی و تحلیل حرکتی بالزن‌ها مدل‌های مختلفی توسط محققان ارائه گردیده است. اما بر اساس اطلاعات موجود تحقیقات بسیار کمی در حوزه ارائه روش‌های سیستماتیک طراحی برای مکانیزم‌های مورد استفاده در بالزن‌ها بر پایه یک مدل دینامیکی کامل صورت گرفته است. اگرچه بسیاری از محققان به این نکته توجه داشته‌اند که بال انعطاف‌پذیر در آیرودینامیک پرواز بالزن نقش مهمی ایفا می‌کند اما مطالعات کمتری در رابطه با طراحی و شبیه‌سازی بال انعطاف پذیر در مقایسه با بال صلب صورت گرفته است [۳-۵]. در اغلب

مقالات ارائه شده در این زمینه از فرض مدل بال صلب استفاده شده است این امر در راستای رفع پیچیدگی‌های موجود در مدل آیروالاستیک بین بال و سیال اطراف آن در فرایند شبیه‌سازی صورت گرفته است. امروزه با افزایش امکانات نرم افزاری که بر مبنای اصول دینامیک سیالات محاسباتی کار می‌کنند و نیز امکان لحاظ نمودن مسائل آیروالاستیک در مدل دینامیکی فرصت انجام شبیه‌سازی بر مبنای واقعیت سیستم امکانپذیر می‌گردد [۶].

در سال‌های اخیر طراحی، مدلسازی و ساخت ربات‌های بالزن مورد توجه ویژه ای قرار گرفته است. به طور کلی مطالعات موجود در این زمینه به دو دسته کلی یعنی مطالعات تئوری و تجربی تقسیم‌بندی می‌شوند. به عنوان مثال در یکی از مقالات یک مدل آیرودینامیکی برای مدلسازی حرکت بالزن با استفاده از روش تئوری باند اصلاح شده ارائه شده است که در آن تأثیر شکل‌گیری گردابه را برای مکش جزئی مدنظر قرار داده است [۷]. در مقاله دیگری با استفاده از اصل دالامبر معادلات حرکت یک میکرو بالزن شامل بدنه صلب و بال‌های متصل استخراج و ارائه شده است [۸]. در تحقیق دیگری نتایج تجربی حاصل از عملکرد دینامیکی یک بالزن با بالهای انعطاف پذیر و تأثیر متقابل آیروالاستیکی بال انعطاف پذیر روی عملکرد مکانیزم پرنده در شرایط پروازی مختلف نظیر گشت‌زنی و شناوری مطالعه و گزارش شده است [۹]. همچنین در پژوهش دیگری یک مدل آیرودینامیکی با درنظر گرفتن اثرات سیال روی بال ارائه شده است. در این مدل اجزا انعطاف‌پذیر با استفاده از روش المان محدود مدلسازی شده و اثرات آن در مدل دینامیکی مد نظر قرار گرفته است [۱۰].

در مرجع [۱۱] یک مدل انیمیشنی با در نظر گرفتن تأثیرات آیرودینامیکی برای یک پرنده بالزن بدون درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری بال ارائه شده است. در تحقیق دیگری تأثیر پارامترهای مختلف نظیر وزن و مساحت بال روی حرکت یک ربات بالزن مدل که با الهام گرفتن از مکانیزم حرکتی یک سنجاقک طراحی شده است، مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۲]. علاوه بر این محققین در مقاله دیگری برای طراحی کنترل کننده و تحلیل پایداری یک ربات بالزن از یک مدل دینامیکی استفاده نموده‌اند که در آن تغییر شکل بال بر اساس نتایج تجربی به دست آمده مدلسازی شده است [۱۳]. در [۱۴] پرواز با استفاده از مکانیزم بال زدن و کاربرد تکنولوژی کنترل جریان روی بال را مورد بازبینی قرار گرفته است. بعلاوه، در [۱۵] تأثیر انعطاف‌پذیری بال روی تولید نیروی پیشران در شرایط شناوری (جریان آزاد با سرعت صفر) به صورت تجربی مورد بررسی بوده است. در مقاله دیگری محققان ترتیب و توالی حرکت و نیز تغییر شکل یک بال سنجاقکی تحت حرکت کنترل شده بدنه صلب را

حاضر به گونه‌ای انتخاب شده است که امکان تولید دامنه ۱۰ سانتی متر با فرکانس ۱۰ هرتز میسر گردد. شکل ۱، (الف) و (ب) به ترتیب پرنده مکانیکی تدبیر و مکانیزم بال زن مربوط به آن را نشان می‌دهند.

۳- مدلسازی دینامیکی سامانه بالزن با استفاده از روش باندگراف

باندگراف یکی از ابزارهای توانمند برای مدلسازی سیستم‌های دینامیکی در حوزه انرژی با ترکیب روش‌های ریاضی و گرافیکی است [۱۹]. با به کارگیری این روش امکان ارائه مدل دینامیکی سامانه‌های مختلفی شامل سیستم‌های الکتریکی، مغناطیسی، مکانیکی، هیدرولیکی، پنوماتیکی و گرمایی و یا هر ترکیبی از آنها به سادگی میسر می‌گردد. تحلیل دینامیکی بر اساس تئوری باندگراف با استفاده از تعریف اجزاء اصلی آن مانند اندوکتانس، ظرفیت خازنی، مقاومت و منبع سعی و جریان، گره‌های صفر و یک، مبدل‌ها و جایزیتورها انجام می‌شود. در این روش برای تمامی سیستم‌ها عامل محرکه و پارامتر معلول به صورت جفت سعی-جریان مدلسازی می‌گردد. به عنوان مثال پارامترهای سعی-جریان در سیستم‌های الکتریکی، مکانیکی، هیدرولیکی یا پنوماتیکی، و گرمایی به ترتیب با اختلاف ولتاژ-جریان الکتریکی، نیرو-جابجایی خطی یا گشتاور-جابجایی زاویه‌ای، اختلاف فشار-آهنگ حجمی جریان، و اختلاف دما-فلوی گرمایی می‌باشند. علاوه بر جفت سعی-جریان می‌توان برای چنین سیستم‌هایی عوامل ذخیره انرژی را با ظرفیت خازنی، عوامل اتلاف انرژی را با مقاومت و عوامل ایجاد مقاومت در برابر تغییر جریان را با اینرسی مدل نمود. همچنین برای مدلسازی تبدیل سعی یا جریان از سیستمی به سیستم دیگر از مبدل‌ها و نیز برای مدلسازی تبدیل سعی به جریان و بالعکس از سیستمی به سیستم دیگر از جایزیتورها استفاده می‌گردد. برای اتصال المانهای مختلف تعریف شده به همدیگر معمولاً گره‌های صفر یا یک مورد استفاده قرار می‌گیرند. المانهای متصل شده توسط گره صفر یا یک به ترتیب دارای سعی یکسان یا جریان یکسان می‌باشند. همچنین در گره صفر یا یک به ترتیب مجموع جبری جریانها یا سعی‌های المانهای متصل صفر می‌باشد. با اختصاص شاخص علیتی مناسب روی باندها امکان استخراج سیستم معادلات دیفرانسیلی حاکم در فرم فضای حالت به سادگی میسر می‌شود. برای این منظور از شاخص علیت انتگرالی برای المانهای اینرسی و خازنی بهره می‌گیرند. در این حالت اندازه حرکت و جابجایی به ترتیب پارامترهای حالت برای المانهای اینرسی و خازنی محسوب می‌گردند. با نوشتن روابط علیتی حاکم بر گره‌های صفر و یک می‌توان معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را در فرم معادلات فضای حالت استخراج نمود. بنابراین استفاده از

بررسی کرده‌اند [۱۶]. در ادامه توان مکانیکی خروجی در پرواز بالزن در جریان‌های غیردائم با استفاده از تئوری باند اصلاح شده در [۱۷] ارائه گردیده است.

چالش‌های موجود در مساله بال زدن نظیر سینماتیک و دینامیک بال زدن، جریان ناپایای ایجاد شده حول بال، نیروهای دینامیکی و اثرات متقابل سازه الاستیک و انعطاف پذیر بال با سیال اطراف باعث شده تا این مساله هنوز موضوعی نسبتاً ناشناخته باشد و بنابراین قوانین مدون و ابزاری مناسب برای تحلیل، طراحی و بهینه سازی مکانیزمهای بالزن در دسترس نباشد. پژوهش حاضر با توجه به خلا موجود در زمینه مدلسازی سیستماتیک سامانه‌های بالزن و نیز لزوم دست یابی به ابزاری که به کمک آن بتوان اثر هر یک از متغیرها را در عملکرد بالزن مطالعه نمود شکل گرفته است. هدف اصلی این تحقیق، ارائه یک روش سیستماتیک برای مدلسازی اجزاء تشکیل دهنده یک سامانه بالزن با در نظر گرفتن ارتباط پیوسته بین تمامی اجزاء آن مشتمل بر سامانه‌های الکتریکی و مکانیکی است به نحوی که بتوان تأثیر پارامترهای مختلف روی عملکرد آن را با استفاده از تحلیل دینامیکی و سینماتیکی بالزن مورد بررسی قرار داده و معادلات دینامیکی حاکم بر آن را استخراج نمود. همچنین این امر برای شبیه‌سازی الگوریتم‌های کنترلی مورد نظر روی مدل سامانه قبل از اعمال آن روی سیستم واقعی الزامی است. در این راستا مدل دینامیکی سامانه بالزن مورد مطالعه از اتصال و ارتباط مناسب مدل باندگراف زیر سامانه‌های تشکیل دهنده آن ساخته شد. تحقیق حاضر، مدل کامل و جامعی را برای سامانه تدبیر ارائه می‌کند که در آن توزیع توان مابین تمامی زیر سامانه‌های ربات بالزن کاملاً صریح و روشن بوده و مدل ارائه شده می‌تواند در طراحی چنین سیستم‌هایی بسیار کارآمد بوده و اطلاعات مفیدی را در اختیار طراح قرار دهد.

۲- مشخصات سامانه بالزن

پرنده مکانیکی بالزن مورد مطالعه در این تحقیق از مکانیزم بهبود یافته پرنده مکانیکی تدبیر اقتباس شده که طراحی و ساخت اولیه آن در دانشکده هوافضای دانشگاه صنعتی شریف انجام شده است [۱۸]. این سامانه شامل بدنه اصلی، دو بال انعطاف پذیر به طول ۵۰ سانتی متر، یک جفت موتور الکتریکی جریان مستقیم خیلی کوچک مجهز به گیربکس، یک باطری لیتیوم-پلیمر و دو فرستنده می‌باشد. همچنین به منظور اصلاح مکانیزم مورد نظر، از یک جفت مکانیزم لنگ برای تبدیل حرکت چرخشی موتور الکتریکی به حرکت رفت و برگشتی بال مورد استفاده قرار گرفته است. مزیت اصلی سیستم پیشنهادی این است که حرکت بال زدن با استفاده از اعمال نیروی عمودی روی صفحه بال انجام می‌شود. پارامترهای هندسی مکانیزم بالزن

$$F = \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{rel} + \omega \times p \quad (1)$$

$$\tau = \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{rel} + \omega \times h \quad (2)$$

که F ، h ، τ و ω به ترتیب مومنتم خطی، مومنتم زاویه‌ای، نیرو، گشتاور و سرعت زاویه ای بدنه می‌باشند. با استفاده از نتایج حاصل از معادله (۱) و (۲) در نهایت معادلات حرکتی اویلر حاصل می‌گردند که برای آنها حل تحلیلی وجود نداشته و فقط در بعضی موارد خاص می‌توانند به صورت تحلیلی حل شوند. باندگراف بدنه اصلی و متعلقات آن به صورت دو مثلث مجزا مدلسازی می‌گردد که در رئوس آنها گره های یک قرار می‌گیرد. یک مثلث بیانگر حرکت خطی و مثلث دیگر بیانگر حرکت زاویه‌ای است و گره های یک رئوس آنها به ترتیب معرف سرعت‌های خطی مرکز جرم و سرعت های زاویه‌ای بدنه می‌باشند. اضلاع مثلثها که دو گره یک مجاور را بهم متصل می‌نمایند توسط یک جایریاتور مدوله شده جایگزین می‌گردد که ماژول آنها اندازه حرکت خطی یا اندازه حرکت زاویه ای است. علاوه بر آن نیروها و گشتاورهای خارجی می‌توانند توسط یک باند مجزا به گره مربوطه اضافه شوند. همچنین المانهای اینرسی متناظر با جرم ها و ممان اینرسی های جرمی با خاصیت انتگرالی به گره یک متناظر خود متصل خواهند شد. شکل ۲ باندگراف کامل بدنه اصلی با حرکت کلی در فضای سه بعدی را نشان می‌دهد. پارامترهای عددی بدنه اصلی مورد استفاده در شبیه‌سازی حاضر در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱- پارامترهای عددی پارامترهای بدنه اصلی پرنده بالزن

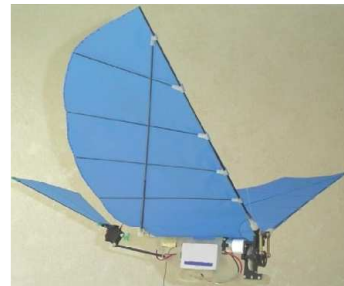
پارامترها	مقادیر عددی
وزن بدنه (g)	۹۰
$J_x (kg m^2)$	$۲,۰۹ \times 10^{-۴}$
$J_y (kg m^2)$	$۴,۴۳ \times 10^{-۴}$
$J_z (kg m^2)$	$۳,۸۴ \times 10^{-۴}$
ابعاد بدنه (cm)	۱۱۰×۷۰×۲

۳-۲- موتورهای جریان مستقیم

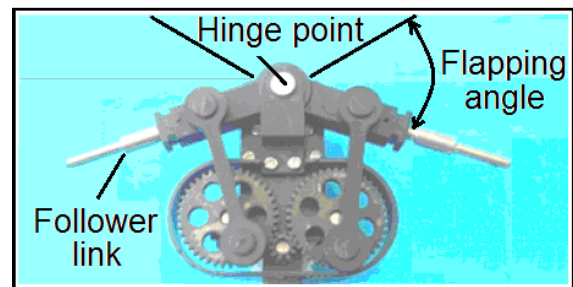
موتور جریان مستقیم یک سیستم الکترومکانیکی است. آرمیچر موتور دارای مقاومت و اندوکتانس بوده و انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند. مدل موتور مشتمل بر یک منبع سعی می‌باشد که به گره یک و جایریاتور متصل می‌گردد. گره یک معرف جریان ثابت آرمیچر بوده و باندهای مربوط به اندوکتانس و مقاومت به آن متصل می‌گردند. جایریاتور در اصل به عنوان مبدل انرژی الکتریکی به مکانیکی عمل نموده و به گره یک که معرف سرعت زاویه ای شفت موتور است وصل می‌گردد.

باندگراف در مدلسازی سامانه‌های دینامیکی مشتمل بر سیستمهای مختلف منجر به کاهش هزینه و انرژی و نیز سهولت استخراج معادلات دینامیکی میگردد.

برای ارائه مدل کامل یک سیستم پیچیده معمولاً آن را به اجزاء تشکیل دهنده تقسیم نموده و پس از استخراج مدل هر جزء و اتصال آنها بهم مدل کامل سیستم ارائه می‌گردد. در اغلب موارد تعیین مقدار عددی پارامترهای هر جزء با استفاده از روشهای شناسایی به صورت تجربی به سادگی امکان پذیر است. برای سادگی کار، باندگراف کامل سامانه مورد مطالعه با در نظر گرفتن زیر سامانه‌هایی نظیر بدنه اصلی و متعلقات جانبی، موتورهای جریان مستقیم، مکانیزم بالزن و بال های الاستیک قابل دستیابی خواهد بود. در این بخش باندگراف هر زیر سامانه به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.



(الف)



(ب)

شکل ۱- (الف) پرنده مکانیکی تدبیر، (ب) مکانیزم بال زدن [۱۸]

۳-۱- بدنه اصلی، متعلقات تولید توان و اجزاء کنترلی

بدنه اصلی به همراه متعلقات تولید توان و سیستم کنترلی مکانیزم بالزن می‌تواند به صورت یک بدنه صلب که دارای حرکت چرخشی و انتقالی در فضای ۳ بعدی می‌باشد، مدل گردد. برای ساختن باندگراف متناظر هر زیرسامانه، از یک محور مختصات ثابت که مبدا آن روی مرکز جرم بدنه اصلی قرار دارد و محورهای آن بر محورهای اصلی بدنه منطبق است، استفاده می‌شود. پارامترهای سینماتیکی زاویه ای و خطی بدنه می‌توانند در راستای محور مختصات مورد نظر تجزیه شوند. با استفاده از قانون دوم نیوتن، روابط مربوط به حرکت چرخشی و انتقالی به صورت زیر قابل استخراج می‌باشند:

که $Y(x)$ و $f(t)$ به ترتیب شکل مود و پاسخ زمانی می‌باشند. با جایگذاری حل پیشنهادی فوق در معادله (۳) جواب کلی برای خیز بال به صورت زیر قابل بیان است:

$$y(x) = C_1(\cos \lambda x + \cosh \lambda x) + C_2(\cos \lambda x - \cosh \lambda x) + C_3(\sin \lambda x + \sinh \lambda x) + C_4(\sin \lambda x - \sinh \lambda x) \quad (5)$$

که ضرایب C_1 تا C_4 با اعمال شرایط مرزی قابل تعیین هستند. خیز و ممان خمشی متناظر در انتهای پین شده صفر می‌باشد. به طور مشابه، ممان خمشی و نیروی برشی متناظر با انتهای آزاد نیز برابر صفر می‌باشند. معادله فرکانس و شکل مود برای شرایط مرزی آزاد-پین شده به صورت زیر قابل بیان است:

$$\tanh \beta_n L - \tan \beta_n L = 0 \quad (6)$$

$$y_n(x) = (\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L)(\cosh \beta_n x + \cos \beta_n x) - (\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L)(\sinh \beta_n x + \sin \beta_n x) \quad (7)$$

که $\beta_n L$ ها به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \beta_1 L &= 3.926602, \beta_2 L = 7.066858 \\ \beta_3 L &= 10.21018, \beta_4 L = 13.35177 \\ \beta L &= 0 \quad \text{for rigid body} \end{aligned} \quad (8)$$

باندگراف متناظر مدل بال انعطاف پذیر با یک مود صلب و چهار مود انعطاف پذیر در شکل ۲ نشان داده شده است. باند گراف بال انعطاف پذیر توسط گره یک به گره صفر متصل شده و باندهای مربوط به مودهای انعطاف پذیر و مود صلب توسط مبدلهایی که مدول آنها با معادله (۷) بیان می‌شود از طریق گره‌های یک به باندهای مربوط به ظرفیتهای خازنی و اینرسی مربوط به المان مورد نظر متصل می‌گردند. به عبارتی ممان اینرسی جرمی المانهای بال با اینرسی و نیز انعطاف پذیری بین المانهای بال با ظرفیت خازنی مدلسازی می‌شوند. جزئیات بیشتر در خصوص مدلسازی المانهای انعطاف پذیر در مرجع [۱۹] به تفصیل ذکر شده است. پارامترهای مکانیکی متناظر با مدل بال انعطاف پذیر جهت مطالعه شبیه‌سازی حاضر در جدول ۳ داده شده است.

۳-۴- مکانیزم بالزن

در سامانه مورد بررسی، از مکانیزم لنگ برای ایجاد حرکت بال زدن استفاده می‌شود. این مکانیزم از دو میله متصل بهم تشکیل شده است که یکی از بازوها با زاویه قائم به یک محور در حال چرخش متصل شده است که می‌تواند حرکت رفت و برگشتی را به حرکت چرخشی یا بالعکس تبدیل نماید. باندگراف متناظر مکانیزم بالزن در شکل ۲ نشان داده شده است.

همچنین اینرسی روتور و بار و نیز اصطکاک غلتشی بلبرینگهای موتور باید توسط دو باند مجزا به این گره متصل گردند. باند گراف کامل موتور جریان مستقیم در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین مقادیر عددی متناظر با موتورهای جریان مستقیم مورد استفاده در شبیه‌سازی حاضر در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- مشخصات عددی پارامترهای موتورهای جریان مستقیم

مقادیر عددی	پارامترها
۷٫۲	ولتاژ (V)
۰٫۸۲۱	مقاومت (Ω)
۰٫۰۰۱	اندوکتانس (H)
۱٫۷	جریان (A)
۱۲	توان (w)
۲۵۰۰۰	سرعت نامی (rpm)
$۸٫۱۳ \times ۱۰^{-۳}$	ثابت موتور (N.m/A)

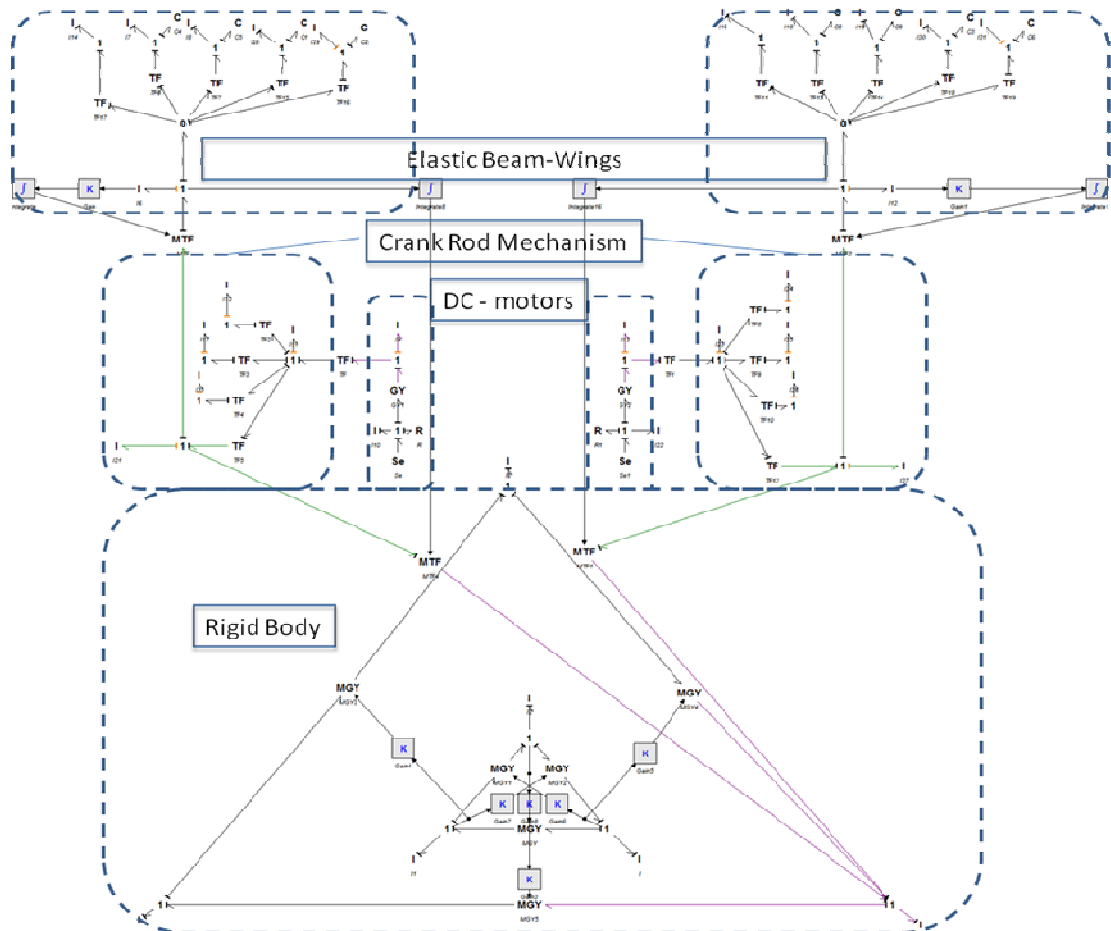
۳-۳- بال های انعطاف پذیر

سازه‌هایی نظیر تیرها، میله‌ها، کابل‌ها و صفحه‌ها می‌توانند بوسیله پارامترهای گسسته جرم و فنر مدل شوند و به صورت سامانه های چند درجه آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند. اما چنین مدلی دقت لازم را برای تحلیل اکثر مسائل دارای دقت کافی نیست. بعلاوه، الاستیسیته و جرم در سیستمهای پیوسته قابل تفکیک نبوده و باید به صورت پارامترهای پیوسته یا توزیع شده در نظر گرفته شوند [۲۰]. در این بخش بال‌ها به صورت انعطاف‌پذیر در نظر گرفته می‌شوند. در مدل ارائه شده، الاستیسیته و جرم به صورت پارامترهای پیوسته یا توزیع شده در نظر گرفته شده و مدل تیر اویلر-برنولی با مقطع متغییر برای مدلسازی بال‌ها با شرایط مرزی آزاد-پین شده مدنظر قرار گرفته است. از آنجایی که در این مدل اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی تیر در نظر گرفته نمی‌شوند بنابراین این مدل تنها تغییر شکل خمشی دارد که می‌تواند حرکت عمودی بالزن در راستای قائم را کاهش دهد. معادله حاکم بر حرکت بال انعطاف‌پذیر دارای ارتعاش عرضی ناشی از نیروی خارجی به صورت زیر می‌باشد:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = F \delta(x - x_1) \quad (3)$$

که w ، F و $\delta(x - x_1)$ به ترتیب استحکام خمشی، چگالی، سطح مقطع عرضی، خیز بال و نیروی خارجی می‌باشند. برای حل معادله (۳) از روش جداسازی متغیرها به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$w(x, t) = Y(x) f(t) \quad (4)$$



شکل ۲- مدل باندگراف پرنده بالزن مشتمل بر بندنه، مکانیزم بالزن، دو موتور جریان مستقیم، و بالهای انعطاف پذیر

۴- استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر ربات بالزن

در این بخش معادلات حاکم بر سیستم مورد مطالعه با استفاده از مدل باندگراف ارائه شده استخراج می‌گردد. برای سادگی، باندها در مدل باندگراف به صورت متوالی شماره گذاری می‌گردند و خاصیت علیتی به باندها نسبت داده می‌شود تا ورودی‌ها و متغیرهای حالت از هم قابل تشخیص باشند. اندازه حرکت و جابجایی باندهای مربوط به اینرسی و خازن با خاصیت انتگرالی متغیرهای حالت می‌باشند. مشتق پارامترهای اندازه حرکت و جابجایی به ترتیب برابر با سعی و جریان می‌باشند. با علم به این واقعیت که به ترتیب سعی و جریان در باندهای متصل به گره صفر و یک با هم برابر می‌باشند و نیز جمع جبری سعی یا جریان در باندهای متصل به گره یک یا گره صفر برابر صفر میباشد با نوشتن رابطه متناظر برای گره‌هایی که باند مربوط به متغیر حالت به آن متصل می‌باشد میتوان معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را به فرم فضای حالت استخراج نمود. لازم به ذکر است که در این روش $f, e, p, q, I, C, R, T, G, S$ به ترتیب سعی، جریان، اندازه حرکت، جابجایی، اینرسی، ظرفیت خازنی، مقاومت، مبدل، جایرتور و منبع می‌باشند. باندگراف کامل پرنده بالزن از اتصال باندگراف زیرسامانه‌ها بوسیله گره‌های

در باند گراف حاضر سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی مرکز جرم میله متناظر در راستای x و y توسط گره‌های یک و حرکت چرخشی میله متصل به آن با استفاده از یک مبدل مدوله شده و گره یک قابل بیان است. بعلاوه، جرم یا ممان اینرسی جرمی اجزاء توسط یک باند به گره یک متناظر متصل می‌شود. بدیهی است مدول مبدل‌ها از تحلیل سینماتیکی مکانیزم به دست آیند.

جدول ۳ مشخصات عددی پارامترهای مدل بال انعطاف پذیر

جنس بال	آلومینیوم
پارامترها	مقادیر عددی
طول بال (cm)	۵۰
نسبت طول به عرض بال	۶
حد بالای زاویه بال (deg)	۳۰
حد پایین زاویه بال (deg)	۲۰
وزن بال (kg)	۰٫۶۷۵
ممان اینرسی جرمی (kg m^2)	۰٫۰۱۴
چگالی بال (kg/m^3)	۲۷۱۲
مدول الاستیسیته (Gpa)	۶۹
مدول برشی (Gpa)	۲۵٫۵

$$\dot{p}_{28} = BI_{28}T_7 \frac{T_6 T_5 T_1}{I_6} (AG_1 \frac{p_2}{I_2}) + 2ABI_{28}T_7 \frac{T_6 T_5 T_1}{I_6} T_8 \frac{q_{32}}{c_{32}} + \frac{BI_{28}T_7}{I_{31}T_8} \frac{q_{32}}{c_{32}} + \frac{BI_{28}T_7}{I_{35}T_9} \frac{q_{36}}{c_{36}} \quad (19)$$

$$B = \frac{1}{m} \quad (20)$$

$$m = 1 - \frac{I_{28}}{I_6} T_7^2 T_6^2 T_5^2 T_1 A + \frac{T_7^2 I_{28}}{T_8^2 I_{31}} + \frac{T_7^2 I_{28}}{T_9^2 I_{35}} \quad (21)$$

$$\dot{p}_{31} = \frac{T_7}{T_8} \dot{p}_{28} - \frac{q_{32}}{c_{32}} \quad (22)$$

$$\dot{q}_{32} = f_{32} = f_{31} = \frac{p_{31}}{I_{31}} \quad (23)$$

$$\dot{p}_{35} = \frac{T_7}{T_8} \dot{p}_{28} - \frac{q_{36}}{c_{36}} \quad (24)$$

$$\dot{q}_{36} = f_{36} = f_{35} = \frac{p_{35}}{I_{35}} \quad (25)$$

$$\dot{p}_{41} = \frac{I_{41}}{I_{24}} T_{11} T_{10} \frac{I_{24} T_1 T_5 T_6}{I_6} \dot{p}_6 \quad (26)$$

$$\dot{p}_{44} = G_4 \frac{p_{41}}{I_{41}} - G_2 \frac{p_{47}}{I_{47}} \quad (27)$$

$$\dot{p}_{47} = G_2 \frac{p_{44}}{I_{44}} - G_3 \frac{p_{41}}{I_{41}} \quad (28)$$

$$\dot{p}_{50} = G_6 \frac{p_{56}}{I_{56}} - G_7 \frac{p_{53}}{I_{53}} \quad (29)$$

$$\dot{p}_{53} = G_7 \frac{p_{50}}{I_{50}} - G_5 \frac{p_{56}}{I_{56}} \quad (30)$$

$$\dot{p}_{56} = G_5 \frac{p_{53}}{I_{53}} - G_6 \frac{p_{50}}{I_{50}} \quad (31)$$

۵- نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی دینامیکی رفتار بالزن مورد مطالعه، یک مدل کامپیوتری با بهره‌گیری از ساختار بلوک دیاگرامی Simulink نرم افزار MATLAB بر اساس معادلات (۹) تا (۳۱) ساخته شد. برای مقایسه مناسب بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی ارائه شده برای مکانیزم تدبیر [۲۱] باید شرایط واقعی حرکت بالزن تدبیر روی مدل پیشنهادی اعمال گردد. با توجه به اینکه بالزن تدبیر دارای سرعت حرکتی کم بوده و نیز مکانیزم بالزن آن بگونه‌ای است که امکان تولید حرکت صفحه‌ای برای آن می‌نماید، از نیروهای آیرودینامیکی صرف‌نظر شده و حرکت بالزن محدود به حرکت صفحه‌ای گردید.

مناسب صفر و یک ساخته شده و در شکل ۲ نشان داده شده است.

متغیرهای حالت از روی مدل باندگراف شکل ۲ به صورت $p_2, p_{44}, p_{41}, p_{35}, p_{31}, p_{28}, p_{24}, p_{21}, p_{18}, p_{15}, p_{12}, p_9, p_6, p_{47}, p_{50}, p_{53}, p_{56}, q_{32}$ و q_{36} استخراج شده و معادلات حاکم بر حرکت متناظر با متغیرهای حالت به صورت زیر قابل بیان است:

$$\dot{p}_2 = S_e - R_3 \frac{p_2}{I_2} - G_1 \frac{p_6}{I_6} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_6 = & CG_1 \frac{p_2}{I_2} - CT_1 T_{10} T_{11} \left(G_3 \frac{p_{47}}{I_{47}} - G_4 \frac{p_{44}}{I_{44}} \right) \\ & - CT_1 T_8 \left(\frac{T_7}{T_8} B [I_{28} T_7 \frac{T_6 T_5 T_1}{I_6} (AG_1 \frac{p_2}{I_2}) \right. \\ & \left. + 2AI_{28} T_7 \frac{T_6 T_5 T_1}{I_6} T_8 \frac{q_{32}}{c_{32}} + \frac{I_{28} T_7}{I_{31} T_8} \frac{q_{32}}{c_{32}} \right. \\ & \left. + \frac{I_{28} T_7}{I_{35} T_9} \frac{q_{36}}{c_{36}}] \right) \end{aligned} \quad (10)$$

که

$$C = \frac{1}{r} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} r = & 1 + T_1 \left(\frac{I_9 T_1}{I_6} \right) + \frac{I_{12} T_1^2 T_2^2}{I_6} \\ & + \frac{I_{15} T_1^2 T_3^2}{I_6} + \frac{I_{18} T_1^2 T_4^2}{I_6} + \frac{I_{15} T_1^2 T_5^2}{I_6} \\ & + \frac{I_{24} T_1^2 T_5^2 T_6^2}{I_6} - \frac{I_{41} I_{24} T_1^2 T_5^2 T_6^2 T_{11} T_{10}}{I_{24} I_6} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\dot{p}_9 = \frac{I_9 T_1}{I_6} \dot{p}_6 \quad (13)$$

$$\dot{p}_{12} = \frac{I_{12} T_1 T_2}{I_6} \dot{p}_6 \quad (14)$$

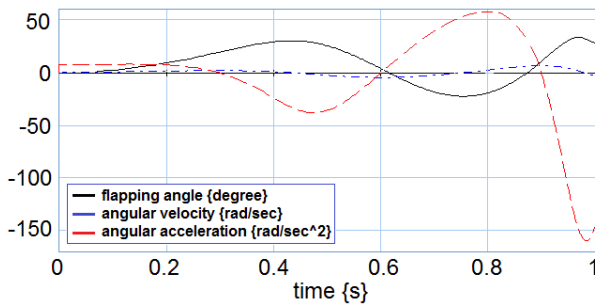
$$\dot{p}_{15} = \frac{I_{15} T_1 T_3}{I_6} \dot{p}_6 \quad (15)$$

$$\dot{p}_{18} = \frac{I_{18} T_1 T_4}{I_6} \dot{p}_6 \quad (16)$$

$$\dot{p}_{21} = \frac{I_{21} T_1 T_5}{I_6} \dot{p}_6 \quad (17)$$

$$\dot{p}_{24} = \frac{I_{24} T_1 T_5 T_6}{I_6} \dot{p}_6 \quad (18)$$

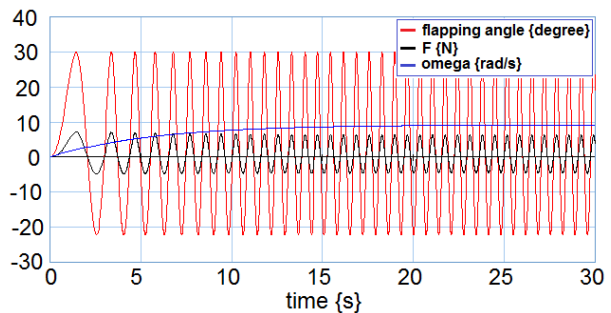
بنابراین نتایج حاصل از مدلسازی ارائه شده در این مقاله تطابق خوبی با نتایج ارائه شده در [۲۱] را نشان می‌دهد.



شکل ۴- زاویه بال زدن، سرعت زاویه ای و شتاب بالزن

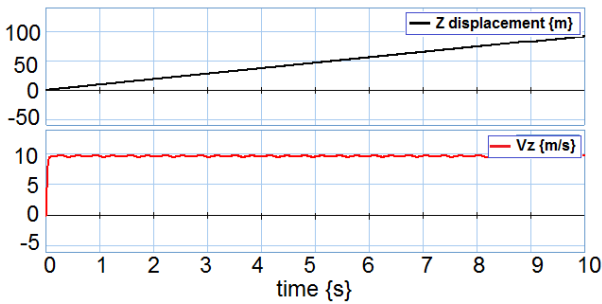
با توجه به اینکه شکل مود صلب یکی از شکل مودهای مدل انعطاف‌پذیر بال در باندگراف می‌باشد میتوان تفاوت بین مدل الاستیک و صلب بال را از مدل باندگراف ارائه شده به دست آورد. شکل ۵ (الف) تا (ج) به ترتیب جابجایی نوک بال، مرکز جرم و محل اعمال نیرو را در دو حالت صلب و الاستیک نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی ارائه شده در این شکل نشان می‌دهد که در حالت الاستیک، نوک بال بیشترین میزان جابجایی را نسبت به دو نقطه دیگر دارا است. هرچه از نوک بال به سمت محل اعمال نیرو نزدیک می‌شویم بیشینه جابجایی قائم بال رفته رفته کاهش یافته تا نهایتاً در نقطه محل اعمال نیرو به کمینه مقدار خود می‌رسد. همچنین از این نمودار می‌توان دریافت که در هر سه نقطه مورد بررسی با افزایش زاویه بال زدن، میزان انحراف جابجایی الاستیک نسبت به جابجایی صلب افزایش می‌یابد. همچنین مقدار جابجایی محاسبه شده بال در حالت الاستیک بیشتر از مقدار مربوط به حالت صلب می‌باشد. از مقایسه نمودار ۵ (الف) تا (ج) کاملاً روشن است که هرچه از نوک بال به سمت محل اعمال نیرو حرکت می‌کنیم اختلاف بین جابجایی در حالت صلب و الاستیک کاهش یافته تا نهایتاً در محل اعمال نیرو جابجایی بال الاستیک و صلب بر هم منطبق می‌شوند. دلیل این موضوع بدین گونه قابل توضیح است که هر چه فاصله از محل اعمال نیرو بیشتر باشد تأثیر الاستیک بودن بال بیشتر شده و هر چه این فاصله کمتر می‌شود (به عبارتی طول بال کوتاهتر می‌شود) بال خاصیت الاستیکی کمتری از خود نشان خواهد داد تا در نهایتاً در نقطه محل اعمال نیرو میزان الاستیک بودن بال به صفر میل خواهد کرد.

شکل ۳ تغییرات زاویه بال زدن، نیرو و سرعت زاویه‌ای بال را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد. بر اساس نتایج نشان داده شده در این شکل، در لحظه شروع حرکت بال، به علت اینرسی اولیه ناشی از شتاب اولیه مدت زمانی طول خواهد کشید تا بال به شرایط پایدار حرکتی خود برسد که این مدت زمان در حدود ۵ ثانیه می‌باشد. مطابق نتایج بدست آمده بیشینه و کمینه زاویه بالا رفتن و پایین آمدن بال به ترتیب مساوی ۰٫۵۴ رادیان (۳۰٫۹ درجه) و ۰٫۳۹ رادیان (۲۲ تقریباً درجه) می‌باشند. همچنین از مقایسه تغییرات نیروی اعمالی روی بال با تغییرات زاویه بال زدن کاملاً آشکار است که در لحظه شروع بال زدن نیروی اعمالی صفر بوده اما با گذر زمان برای حرکت بال به سمت بالا نیروی مورد نیاز اعمالی در جهت مثبت افزایش و در بیشینه زاویه بال زدن مقدار آن به حداکثر مقدار خود (تقریباً ۸ نیوتن) می‌رسد. سپس با معکوس شدن جهت حرکت بال این نیرو به تدریج کاهش یافته تا نهایتاً در موقعیت اولیه بال به صفر می‌رسد. هنگامی که بال از حالت افقی به سمت پایین در حال حرکت است نیروی اعمال شده به بال در جهت منفی افزایش می‌یابد تا به مقدار بیشینه (تقریباً ۴ نیوتن) در پایین ترین نقطه برسد. نهایتاً با حرکت بال به سمت بالا این نیرو در جهت منفی رو به کاهش گذاشته تا نهایتاً در شرایط اولیه به صفر برسد. همچنین با توجه به این نمودار، سرعت زاویه‌ای بال از مقدار صفر شروع به افزایش کرده و به تقریباً ۱۰ رادیان بر ثانیه میل می‌کند و ثابت می‌ماند.

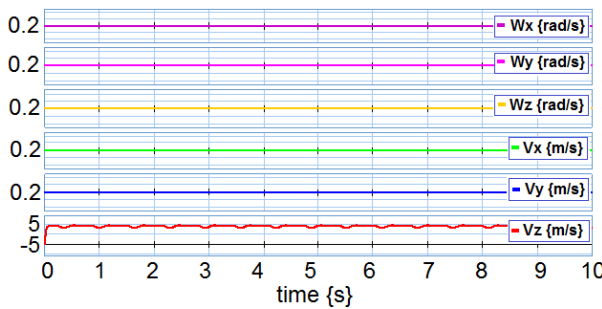


شکل ۳- زاویه بال زدن، نیرو و سرعت زاویه ای بالزن بر حسب زمان

علاوه بر این، شکل ۴ نتایج شبیه‌سازی مربوط به جابجایی، سرعت و شتاب زاویه ای بالزن را برحسب زمان برای یک سیکل کامل بال زدن نشان می‌دهد. با مراجعه به نتایج ارائه شده در این شکل می‌توان دریافت که دامنه زاویه بال زدن بین ۲۲- و ۳۰+ درجه تغییر می‌کند. مقایسه دامنه زاویه بال زدن مکانیزم مورد مطالعه با نتایج تجربی ارائه شده در [۲۱] معیار مناسبی برای تشخیص صحت نتایج شبیه سازی خواهد بود. در شرایط یکسان نظیر اعمال ولتاژ و گشتاور موتورهای یکسان بیشینه و کمینه زاویه بال در [۲۱] به ترتیب ۳۰ و ۲۲ درجه گزارش شده است.



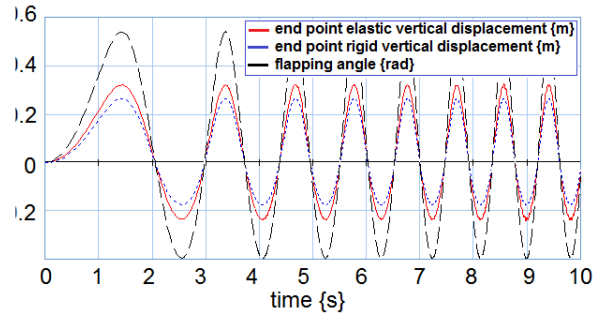
شکل ۶- سرعت و جابجایی بدنه بالزن در راستای قائم



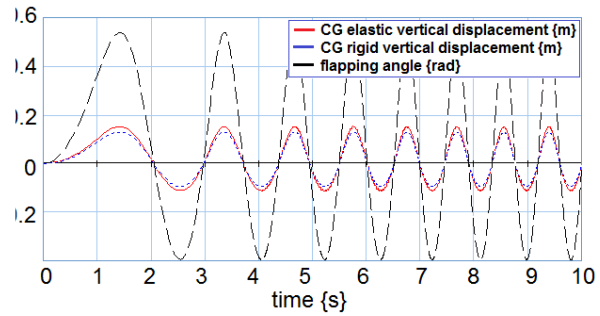
شکل ۷- سرعت های زاویه ای و خطی مرکز جرم بدنه بالزن

۶- نتیجه‌گیری

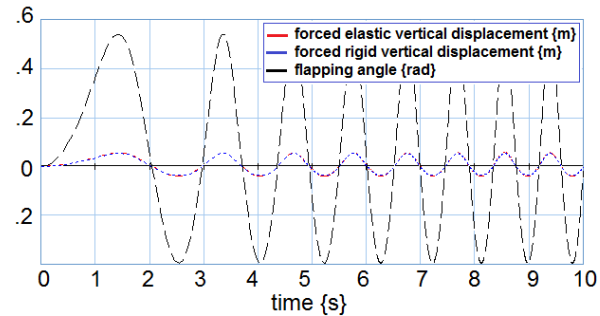
هدف اصلی از این تحقیق ارائه یک مدل دینامیکی کامل برای شبیه‌سازی رفتار دینامیکی یک ربات بالزن می باشد. بدین منظور از مدل بهبود یافته پرنده بالزن تدبیر استفاده شده است. این سامانه به زیرسامانه های تشکیل دهنده آن شامل بدنه اصلی و متعلقات کنترلی، مکانیزم بالزن، بال های انعطاف پذیر و سیستم پیشران شامل باطری، موتورهای جریان مستقیم و گیربکس تجزیه گردید. سپس مدل دینامیکی زیرسامانه‌های تشکیل دهنده آن با استفاده از روش باند گراف ساخته شده و در نهایت مدل کامل سامانه از اتصال مدل زیر سامانه‌ها با استفاده از گره های صفر و یک ساخته شد. برای شبیه سازی رفتار سیستم بر اساس معادلات دینامیکی استخراج شده از مدل باندگراف یک مدل کامپیوتری با بهره گیری از امکانات بلوک دیاگرامی جعبه ابزار سیمولینک در نرم افزار مطلب ساخته شد. نتایج حاصل از شبیه سازی موید تطابق خوب مدل ارائه شده و نتایج تجربی [۲۱] بوده و این امر موید صحت و دقت مدل پیشنهادی است. علاوه بر این روش ارائه شده نه تنها پیچیدگی مدل سازی سامانه‌های غیر خطی و پیچیده ای نظیر بالزن را برطرف می کند بلکه اطلاعات مفیدی در رابطه با توزیع توان بین زیر سامانه‌های مختلف موجود را در اختیار طراح قرار می دهد. از طرفی وجود مدل حاضر برای شبیه سازی الگوریتمهای کنترلی مختلف روی سامانه مورد نظر قبل از اعمال آن روی سیستم واقعی امری اجتناب ناپذیر است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵- جابجایی قائم بال صلب و الاستیک و زاویه بال زدن در (الف) نوک، (ب) مرکز جرم و (ج) محل اعمال نیرو

با اعمال ولتاژ ۷٫۲ ولت به موتورهای جریان مستقیم نتایج شبیه‌سازی مربوط به جابجایی و سرعت بدنه سامانه در شکل ۶ نشان داده شده است. همچنین شکل ۷ مولفه های سرعت خطی و زاویه‌ای بدنه سامانه را نشان می دهد. با توجه به فرض مدل تیر اویلر-برنولی با سطح مقطع متغییر برای بال و صرفنظر از تغییر شکل برشی تیر در آن، در این حالت بال‌ها با ایجاد تغییر شکل خمشی تنها می‌توانند حرکت عمودی بالزن را تولید کنند. به عبارت دیگر حرکت بال زدن منجر به حرکت ثابت بدنه در راستای قائم شده و ربات می‌تواند تنها در صفحه با یک سرعت ثابت رو به بالا حرکت کند. نتایج شبیه‌سازی به دست آمده از مدل حاضر تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی ارائه شده در [۲۱] دارد.

- [15] Heathcote, S. et al., "Flexible Flapping Airfoil Propulsion at Zero Free Stream Velocity", AIAA 42: pp. 2196–2204, 2004.
- [16] Barut, A. et al., "Nonlinear Deformations of Flapping Wings on a Micro Air Vehicle", AIAA pp. 2006-1662.
- [17] Sibilski, K. et al., "The Comparative Evaluation of Power Requirements for Fixed, Rotary and Flapping Wings Micro Air Vehicles", AIAA 2007-6498.
- [18] Ebrahimi, A. et al., "Primarily Design of TADBIR Ornithopter, Aerospace Research Centre", Sharif University of Technology, TR-01, 2005, A1-10.
- [19] Karnopp, D.C. et al., "System Dynamics Modeling and Simulation of Mechatronic Systems", A Wiley-Inter-science Publication John Wiley and Sons, Canada, 2000.
- [20] Fritz, T. et al., "Object-Oriented Unsteady Vortex Lattice Method for Flapping Flight", Aircraft, 41 (6): pp.1275–1290, 2004.
- [21] Beheshtkar, N., "Dynamic Simulation of the Propulsion System of the Mechanical Birds", M.Sc thesis, Sharif University of Technology, Iran, 2011.
- [1] Karimian, S., "Specification and Analysis of Cybird Flapping Wing Applications", PhD theses, Sharif University of Technology, Iran, 2011.
- [2] Kim, D.K. et al., "Experimental Investigation on the Aerodynamic Characteristics of a Bio-mimetic Flapping Wing with Macro-Fiber Composites", Intelligent Material Systems and Structures, , 19 (3): pp. 423-431, 2008.
- [3] Liu, H., "Computational Mechanical Modeling of Biological Fluid Dynamics", Advances in Biomechanics, 5 (8): pp. 200–213, 2001.
- [4] Daniel, T. et al., "Flexing Wings and Fins: Bending by Inertial or Fluid Dynamic Forces", Int. Comp. Biol., 42: pp. 1044–1049, 2002.
- [5] Maglasang, J. et al., "Aerodynamic Study and Mechanization Concept for Flapping-Wing Micro Aerial Vehicles", Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, 66 (1): pp. 26-31, 2006.
- [6] Isogai, K. et al., 'Optimum Aeorelastic Design of a Flapping Wing", Aircraft, 44 (6): pp.344-351, 2007.
- [7] Delaurier, J.D., "An Aerodynamic Model for Flapping-Wing Flight", Aeronautical, 97 (964): pp. 125-130, 1993.
- [8] Orłowski, C., Girard, A., Shyy, W., "Derivation and simulation of the nonlinear dynamics of a flapping wing micro-air vehicle", The European Micro Aerial Vehicle Conference and Flight Competition, 2009.
- [9] Mazaheri, K. et al., "Experimental Investigation of the Effect of Chord Wise Flexibility on the Aerodynamics of Flapping Wings in Hovering Flight", Fluids and Structures, 26(4): pp. 544–558, 2010.
- [10] Feiffer, A.T.P., "Ornithopter Flight Simulation Based on Flexible Multi-Body Dynamics", Bionic Engineering, (7): pp. 1-10, 2010.
- [11] Zhu, C. et al., "Real Time Animation of Bird Flight Based on Aerodynamics", Society for Art and Science, 5(1): pp. 1-10, 2006.
- [12] Ferreira, N. M., "Modeling and Control of a Dragonfly-Like Robot", Control Science and Engineering, 2010.
- [13] Han J. H., "Ornithopter Modeling for Flight Simulation", IEEE International Conference on Control, Automation and Systems, pp.1773-1777, 2008.
- [14] Ho, S. et al., "Unsteady Aerodynamics and Flow Control for Flapping Wing Flyers", Progress in Aerospace Sciences, 39 (8): pp. 635–681, 2003.